



TITLE:

X線装置における高電圧波形ならび
にその効果に関する研究(
Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

金森, 仁志

CITATION:

金森, 仁志. X線装置における高電圧波形ならびにその効果に関する研究. 京都大学, 1964, 工学博士

ISSUE DATE:

1964-12-22

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r405>

RIGHT:

X線装置における高電圧波形
ならびにその効果に関する研究

昭和38年10月

金森 仁志

目 次

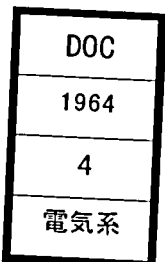
緒 言

1. 本研究の動機ならびに意義	1
2. 本研究の内容	4
3. 本研究の成果	6

第 1 篇 X線装置における高電圧波形， 管電圧図表，および異常電圧

第 3 類断続回路

第 1 篇の研究に関する歴史的展望	9
1. 1 章 単相全波整流型 X線装置の定常状態の波形と管電圧図表	10
1. 1. 1 緒 論	10
1. 1. 2 波形の測定装置と測定結果	11
1. 1. 2. 1 分圧器の特性	
1. 1. 2. 2 実験に使用した装置の回路定数	
1. 1. 2. 3 X線管負荷のときの測定結果	
1. 1. 2. 4 抵抗負荷のときの測定結果と X線管の等価抵抗値	
1. 1. 3 X線管を抵抗でおきかえたときの波形の解析 (第 3 類断続回路)	19
1. 1. 3. 1 第 1 回路状態の解	
1. 1. 3. 2 回路状態の持続時間の決定法と数値計算例	
1. 1. 3. 3 管電圧が平滑化される場合の数値計算例	
1. 1. 3. 4 理論による波形と実測波形との比較	
1. 1. 4 X線管の $V-I$ 特性を折線で近似したときの波形の解析 (第 3 類断続回路)	30
1. 1. 4. 1 各回路状態の解	
1. 1. 4. 2 回路状態の持続時間の決定法と数値計算例	
1. 1. 4. 3 理論による波形と実測波形との比較	



1.1.5	単相装置の管電圧図表	36
1.1.5.1	抵抗負荷のとき	
1.1.5.2	X線管負荷のとき	
1.1.6	結 論	38
1.2	単相全波整流型X線装置の閉路時の過渡現象と異常電圧	40
1.2.1	結 論	40
1.2.2	波形の測定結果	
1.2.2.1	X線管負荷のとき	
1.2.2.2	抵抗負荷のとき	
1.2.3	自由振動と異常電圧の算定図表	42
1.2.3.1	抵抗負荷のとき波形の解析	
1.2.3.2	自由振動の特性を判別する図表	
1.2.3.3	閉路時の異常電圧の算定図表	
1.2.3.4	抵抗負荷のときの理論値と実測値との比較	
1.2.3.5	X線管負荷のときの異常電圧の算定法	
1.2.4	閉路時の異常電圧の防止方法	47
1.2.4.1	閉路位相角を 0° 附近にする方法	
1.2.4.2	直列抵抗で吸収する方法	
1.2.5	電子管開閉器を使用する装置の異常電圧	48
1.2.5.1	回路状態と波形	
1.2.5.2	異常電圧の防止方法	
1.2.6	結 論	50
1.3	3相全波整流型X線装置の定常状態の波形と管電圧図表	52
1.3.1	結 論	52
1.3.2	波形の測定結果	53
1.3.2.1	実験に使用した装置の回路定数	
1.3.2.2	X線管負荷のときの測定結果	
1.3.2.3	抵抗負荷のときの測定結果とX線管の等価抵抗値	
1.3.2.4	転流期間における零相電流と電圧・電流波形	
1.3.3	第3類断続回路解析法による波形の解析	58

1.3.3.1	各回路状態の解	
1.3.3.2	回路状態の持続時間の決定法	
1.3.3.3	転流期間の零相電流を無視できる場合の数値計算例 と実測波形の比較	
1.3.3.4	転流期間の零相電流を無視して解析したときの誤差	
1.3.4	3相装置における自由振動	81
1.3.4.1	零相回路の自由振動の特性を判別する図表	
1.3.4.2	3相第1回路状態の解の性質	
1.3.4.3	3相第1回路の2種類の自由振動	
1.3.4.4	3相第2回路状態の2種類の自由振動	
1.3.4.5	理論値と実測値との比較	
1.3.5	2重3相全波整流型装置(6相装置)の定常状態の波形	86
1.3.5.1	本方式の目的	
1.3.5.2	定常状態の波形	
1.3.6	3相装置の管電圧図表	87
1.3.7	結 論	89
1.4章	3相全波整流型X線装置の開路時の過渡現象と異常電圧	92
1.4.1	緒 論	92
1.4.2	閉路時異常電圧の測定結果と解析	92
1.4.2.1	測 定 結 果	
1.4.2.2	異常電圧の値の解析	
1.4.3	閉路時の異常電圧の防止方法	94
1.4.4	結 論	95
1.5章	単相および3相装置の開路時の過渡現象と異常電圧	97
1.5.1	緒 論	97
1.5.2	開路時の異常電圧	97
1.5.3	3極X線管の電流遮断時の異常電圧	97
1.5.3.1	単相全波整流型X線装置における3極X線管の 格子制御方法	
1.5.3.2	異常電圧の大きさ	

1.5.3.3 異常電圧の防止方法	
1.5.4 結 論	100
第2篇 高電圧波形がX線写真におよぼす効果	
第2篇の研究に関する歴史的展望	101
2.1章 管電圧の脈動と透過X線量・増感紙蛍光量の関係	104
2.1.1 緒 論	104
2.1.2 測定装置と方法	104
2.1.2.1 電気的条件	
2.1.2.2 人体と等価なファントム	
2.1.2.3 X線管よりあとの幾何学的条件	
2.1.2.4 線 量 計	
2.1.2.5 線量測定法	
2.1.2.6 増感紙と蛍光量測定器	
2.1.2.7 フィルムの感光特性	
2.1.3 X線の透過特性	108
2.1.3.1 発生X線のスペクトル分布	
2.1.3.2 被写体入射X線と透過X線のスペクトル分布	
2.1.3.3 線量測定によるスペクトル分布の考察	
2.1.3.4 写真効果を推定するための透過特性の表現法	
2.1.4 透過X線による増感紙蛍光量の特性	113
2.1.4.1 測 定 結 果	
2.1.4.2 線量と蛍光量の関係	
2.1.5 結 論	114
2.2章 管電圧の脈動と写真効果	116
2.2.1 緒 論	116
2.2.2 「良い写真」の濃度範囲	117
2.2.2.1 最小覚認対比とフィルムの最小覚認対照度	
2.2.2.2 生理的対照度と最適濃度	
2.2.2.3 被識別物が小さいときの実験結果	

2.2.2.4	最適濃度範囲と「良い写真」の意味	
2.2.2.5	写真観察によって経験的に得られた最適濃度範囲	
2.2.3	最適撮影条件	127
2.2.3.1	最適撮影条件の求め方	
2.2.3.2	管電圧の脈動との関係	
2.2.3.3	最適条件からはずれたときの影響	
2.2.4	非鮮鋭度	130
2.2.4.1	X線管焦点・フィルム間距離(F.F.D.)との関係	
2.2.4.2	管電圧の脈動との関係	
2.2.5	結 論	133
2.3 章	管電圧図表と写真効果	136
2.3.1	緒 論	136
2.3.2	単相装置の管電圧図表の効果	136
2.3.2.1	蛍光量測定による管電圧図表の検討	
2.3.2.2	X線管の $V-I$ 特性とX線の透過特性	
2.3.2.3	従来の方法で作成した図表の効果	
2.3.3	3相装置の管電圧図表の効果	138
2.3.4	結 論	139
2.4 章	閉路時異常電圧の写真効果	140
2.4.1	緒 論	140
2.4.2	実 験 結 果	140
2.4.2.1	実験に使用したX線発生装置	
2.4.2.2	管電圧波形と管電流波形	
2.4.2.3	入射線量と線量減弱曲線	
2.4.2.4	写 真 効 果	
2.4.2.5	閉路時に1回だけ発生するときの効果	
2.4.3	結 論	142
	結 言	143
	謝 辞	149
	文 献	150

1 本研究の動機ならびに意義

医学診断におけるX線撮影では、大容量の電力を短時間に開閉せねばならないので、変圧器式電源方式^{*}のほかにコンデンサ充放電方式^{**}が用いられてきた。後者は、終戦後、電力事情の悪かった我国で急速に研究、実用化されたので、多くの研究成果が発表されている。⁽¹⁾一方、本研究の対象となる変圧器式装置は、低圧診断用装置^{***}として、一応安定していたので、1930年代以後は、顕著な改良や進歩もないままに放置されていた。ところが、1953年頃から、わが国でも高圧診断^{****}の要求が生ずるとともに、^{(2)~(5)}電力事情も好転しはじめたので、コンデンサ式高圧用装置のほかに、単相電源を使用する変圧器式高圧診断用装置が出現するようになった。一方、回転陽極X線管の実用化は、⁽⁶⁾低圧撮影における瞬間大電流化の要求を招いた。

このような、電圧、電流における定格上昇を機会に、制御方式の変革、電子装置の採用、自動安定装置の採用等の制御器関係の改良と近代化がおこなわれるとともに、⁽⁷⁾高電圧部分の小型化に対する努力もおこなわれた。たとえば、高電圧整流管、X線管は、空冷式であったものを油浸式にしたので、全体の大きさが著しく小型になった。しかし、この結果、旧来の装置よりも絶縁余裕が少く設計されるようになったので、旧来の装置では問題にされなかったような絶縁破壊事故がひんばんに発生するようになった。その対策として、破壊しやすいケーブルヘッドの材料を改良すれば、つぎは管球の異常放電が発生したりしたが、その根本原因が異常電圧であると云うことが究明されていなかったもので、故障はなく

* 商用交流電圧を変圧器で昇圧して、X線管自身あるいは整流器で整流してX線管電圧を印加する方式

** 高圧用コンデンサに充電した電荷を、X線管を通じて放電させる方式

*** 30~90kVp

**** 100~150kVp, 1949年にG.E.社が130kVpの管球と装置を高圧診断用として最初に試作した。

ならなかった。一方、3相電源を使用する装置は、X線効率、写真効果がよいので、低圧の装置でも好評であった。そこで、早くから高圧化の要求が出されていた。しかし、古い装置で高電圧回路の電圧が球ギャップで測定された結果、原因不明の高電圧が発生することがわかっていたが、その原因が究明されていなかったのも、新しい高圧撮影用の管球や絶縁材料を使用した装置を設計することができなかった。新しい150 kVp用のケーブル、X線管、整流管の絶縁耐力が、電圧定格の1.2倍ほどしかなかったからである。

また、単相および3相両装置で、kVp* 値を求めるための管電圧図表**に関して、球ギャップ測定および写真効果の面で大きな疑問が残されたままであったので、管電流 (mA) の多い点での kVp 値がほとんど信用できない状態であった。

筆者は、1957 年以来、変圧器式の医学診断用 X 線装置の研究、開発に従事してきたので、当然、上述の電氣的な諸問題の解決に迫られた。診断用装置では、人体の各部分の撮影と、蛍光板による透視をおこなうが、写真撮影の場合は、被写体である人体が運動しているので、同じ X 線量を放射するにしても、なるべく短い時間に大電流を流すことが要求される。これに反して、透視では、小電流を長時間流す。しかも、それぞれ、電圧 30~150 kVp、電流 1~700 mA、時間 0.01~15 秒 (撮影)、1~20 分 (透視) のように、広範囲の負荷状態に対し、調整可能でなければならない。ここに、診断用装置の技術的な問題点が生じ、とくに撮影に関しては、直流高電圧の大電力を、短時間に精度よく開閉すると云う点では他に例を見ないので、他の電力応用部門の研究成果を、そのままあてはめることができない。

筆者は、林重憲博士の考案された「断続回路解析法」⁽¹⁰⁾を適用したの

* 管電圧 (kV) のピーク値で放射 X 線の最短波長がきめられるので、線質に係する量として kVp を用いている。

** 高電圧変圧器の 1 次側電圧と管電流 (mA) の値は制御盤上に指示されるが、この 2 つの値から kVp 値を求める図表である。新しい装置では、この図表をもとにして、制御盤上で kVp 値が指示されるようになった。⁽⁷⁾

で、これらの問題を解決することができた。これは単相および3相整流回路の問題であるが、筆者の扱った回路については、まだ厳密な理論的検討がなされていなかったものである。以上は、電気工学の問題であって、第1篇で取扱う。

一方、発生X線ならびにX線写真に関しても、種々の問題が未解決のままであった。たとえば、X線のスペクトル分布は、定電圧波形に関しても、6~12kVに対する分布だけしかあきらかにされておらず、⁽⁸⁾⁽⁹⁾高電圧の波形とX線の透過特性の関係、増感紙^{*}の特性、写真効果の表示法等の基礎的な事項が不明であった。しかも、3相装置で撮影した写真が単相装置の写真よりも一般によく become こと、同じ装置でkVpとmAsを等しくしても、mAとsecが異なれば線量も写真も異ってくること、半価層^{**}が等しくても電圧とフィルタの組み合わせがちがえば写真効果が変わること、……等の問題点が多く残されていた。その後、撮影の自動化が要求されるようになったが、従来X線技師が経験的に得た撮影条件がまちまちであるうえに、撮影時の諸条件からX線写真効果までを結びつけるための基礎データがほとんどないので、手のつけようがない状態であった。そこで、筆者は、撮影条件を決定するための基準を作成する目的で、第2篇の研究を開始した。第2篇は応用物理学の問題であって、第1篇の研究成果を、X線の物理的特性とX線写真の見地から裏付けるものである。

本研究において、以上のべた諸問題に対して、X線スペクトルの部分を除いて、一応の定量的な解決法を与え得たと信ずる。スペクトル分布に関しては定性的な考察をおこなうにとどめざるを得なかった。

* 蛍光物質を塗布した紙である。X線を可視光線ないし紫外線に変換してフィルムに感光させる。撮影時間を数十分の一に短縮できるので、瞬間撮影には不可欠なものである。

** X線量が半分になるようなAlまたはCuフィルタの厚さで、線質を表示するのに用いる。

2 本研究の内容

本研究は、筆者のおこなった研究のうちで、診断用変圧器式X線装置の高電圧波形に関連する部分をまとめたもので、その内容は2篇に分けられる。

第1篇では、波形、異常電圧、ならびにkVp値の測定結果を、「断続回路解析法」⁽¹⁰⁾によって理論的に解明する。本研究においては整流回路をとりあつかったので、いずれも第3類断続回路になり、各回路状態の持続時間を決定する必要が生じた。これに対して、一週期の初期の位相と終期の位相が一致するまで図解をくりかえしておこなう方法をとったので、第1種初期値の近似値をも同時に算出することができた。

また、この文字計算において、回路定数 L, C, R を(1.1(7))(1.1.8)式で新しい定数に変換した結果、自由振動、異常電圧の特性を簡単なグラフで表現し得るとともに、文字計算を著しく簡単にすることができた。後者はとくに3相装置において効果的であった。

さて、第1篇はつぎの5章よりなる。

1.1 章 単相全波整流型装置の定常状態の波形と管電圧図表

まず、つぎの事項について実測結果を示した後、筆者の与えた装置の等価回路とX線管の $V-I$ 特性によって、つぎの事項が理論的に解明されることをのべる。⁽¹¹⁾⁽¹²⁾⁽¹³⁾

- (1) 管電圧・管電流・変圧器中性点の電流は正弦波でなくてひずんでおり、mAが少ないときは中性点電流に自由振動が顕著にあらわれること
- (2) mAが少ないときは、ケーブルの静電容量のために、管電圧が平滑化されること
- (3) X線管の等価抵抗値を求める方法

つぎに、従来の管電圧図表のあやまりを指適して、X線管の $V-I$ 特性を考慮した理論と実験によって、より正確な図表を作成する。⁽¹³⁾

1.2 章 単相全波整流型装置の閉路時の過渡現象と異常電圧

mAの少ないときには、閉路時に異常電圧が発生することを実測結果に示し、その原因である自由振動の特性を解明して簡単な図表にあら

わし、さらに異常電圧の大きさを算定するための図表を与える。⁽¹⁴⁾この結果をもとにして、防止対策を確立する。⁽¹²⁾⁽¹⁵⁾おわりに、電子管開閉器を用いた装置の異常電圧と防止対策についてのべる。⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾

1.3章 3相全波整流型装置の定常状態の波形と管電圧図表

まず実測波形を示し、単相装置において解明したのと同じ事項のほかに、つぎのような特長があることを見出して、この点を理論的に解明する。^{(14)(19)~(21)(107)}

(1) 重負荷には、整流器の転流期間が生ずる

(2) この期間の終了時に、管電圧波形に自由振動が重畳する。

つぎに、従来の整流方式では、管球の絶縁耐力の点で根本的な欠点があることを示して、2重3相全波整流(6相)方式を採用してこの欠点を除いたことについてのべる。^{(22)~(24)}

終りに、従来の管電圧図表のあやまりを指適して、理論と実験によって、より正確な図表を作成する。⁽²⁵⁾

1.4章 3相全波整流型装置の閉路時の過渡現象と異常電圧

単相装置において異常電圧の大きさを求める方法を与えたが、これを拡張して、3相装相のそれを求める方法⁽¹⁴⁾についてのべた後、3相装置に特有な防止対策を確立する。⁽²¹⁾⁽²⁶⁾

1.5章 3相および単相装置における開路時の過渡現象と異常電圧

開路時のうちで、とくに、3極X線管電流遮断時には閉路時よりも大きな異常電圧が発生することを、実験と理論で追及して、防止対策を確立する。⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾

第2篇においては、高電圧波形(管電圧の脈動)、管電圧図表、および閉路時の異常電圧の写真効果を定量的に究明して、第1篇の研究成果の裏付けをおこなう。この要点は、2.2章において「X線写真の良さ」を明確に定義し得たことにある。第2篇はつぎの4章よりなる。

2.1章 管電圧の脈動と透過X線量、増感紙蛍光量の関係⁽¹⁰⁴⁾⁽¹⁰⁶⁾

単相、3相および定電圧波形について、人体等価物質に対するX線線量および増感紙蛍光量の透過特性を測定して、写真効果を推定するための基礎データとする。その過程において、X線スペクトル分布の

実験式⁽⁸⁾を定性的に検討し、増感紙蛍光量と入射X線量・線質との関係を簡単にあらわす方法があることを見出したことをのべる。

2.2章 管電圧の脈動と写真効果⁽¹⁰⁵⁾⁽¹⁰⁸⁾

照明工学で用いる最小覚認対比の概念から⁽²⁷⁾フィルムの最小覚認濃度差を導き出す。つぎに、診断用写真では被写体の厚さの範囲が広いことを考慮して、生理的対照度、最適濃度、最適濃度範囲を定量的に決定して、従来医師とX線技師が経験で得ていた「よいX線写真」の概念がこれらの量で説明されることをのべる。⁽²⁸⁾この結果と蛍光量の透過特性を組み合わせることによって最適撮影条件を定義して、3種の波形についての最適値を求めて、3相装置の方が単相装置よりも最適条件を得やすいことを解明する。

終りに、鮮鋭度の点でも3相装置の方がすぐれていることを示す。

2.3章 管電圧図表と写真効果⁽¹⁰⁵⁾⁽¹⁰⁸⁾

単相、3相両装置について、第1篇で作成した新しい図表が、従来の図表よりも写真効果の点ですぐれていることを、増感紙蛍光量の測定によって確める。さらに管電流のピーク値(mAp)が写真に影響を与えることについてのべる。

2.4章 閉路時異常電圧の写真効果⁽²⁹⁾⁽³⁰⁾⁽¹⁰⁵⁾

閉路時の異常電圧は、絶縁破壊をひき起こすだけではなくて、発生X線の線質を硬くして、線量を増加せしめるので、写真効果の点からも防止すべきものであることを実験的に究明する。

3 本研究の成果

まず、装置の実用化の面での成果はつぎのようである。

- (1) 単相高圧診断用装置における絶縁破壊事故の原因を究明してその対策を確立させた(1959~1960年)。それまでの4年間に約30件の故障があったが、これ以後は、この種の故障は発生しなくなった。この防止対策を実施した装置は、38年10月迄に単相低圧診断用装置が約600台、単相高圧診断用装置が約300台に達し、つぎの(2)(3)(4)でのべる装置でも同じような対策をおこなっている。

- (2) 3相診断用装置は、従来の空冷式95kVpから、油浸式の125kVpに電圧定格が上昇されて、小型になった(1960年)
- (3) 2重3相全波整流型(6相)装置が出現して、125kVpの装置で使うX線管をそのまま使って、150kVp迄上昇させることができたので、3相高圧診断用装置の完成をみた(1961年)。3相高圧装置の国産品としては、これが最初に発表されたもので、最高級の装置として数ヶ所で採用されて好評を得ている。国内他社では3相装置を未だ発表していない。
- (4) 連続撮影用装置として、3極X線管を使用した装置が実用化されて、数ヶ所で採用されている(1959年)
- (5) 本研究に関連して 5件の実用新案が登録され、3件が出願されている。

つぎに、本研究によって、筆者が定量的に解明した点を列挙する。

- (1) X線装置における高電圧波形が、従来考えられていたような単純な正弦波ではなくて、基本波がひずみ、自由振動と開閉時の異常電圧が発生し、ケーブルの容量によって管電圧が平滑化される。とくに、3相定常状態における寄生振動は、従来からの問題点であった。以上の事柄はいずれも、断続回路解析法を適用して理論的に解明された。
- (2) kVp値を、従来よりも正確にして、これが写真効果の面でもより有効であることをたしかめた。
- (3) kVp値と写真効果が一致しない範囲については、管電圧の平滑化現象あるいはmAピーク値とmA平均値の比(いずれも高電圧波形に係する)を考えれば説明されることを解明した。
- (4) 閉路時の異常電圧は、X線写真にも悪影響をおよぼすことを解明した。
- (5) 視覚の概念を導入し、被写体の厚さ範囲を広くとって写真効果を考えたので(従来は1つの厚さだけを考えていた)、従来は経験によって莫然と云われていた「よいX線写真」およびそれを得るための「最適撮影条件」の存在する原因をあきらかにして、これらを定量的に求める方法を与えることができた。

- (6) 高電圧波形—透過X線—特性—写真効果の相互関係を、一つの代表的な組合わせに対して与えた。組合わせが変わっても、これと同じ方法で相互関係を求めることができる。
- (7) 3相装置と単相装置の写真効果を比較して、最適撮影条件の「得やすさ」と鮮鋭度の点で3相装置の方がすぐれていることを解明した。

終りに、本研究の発展性として、つぎのことが考えられる。

- (1) 回路定数から高電圧波形を算定する方法を示したので、この方法は、今後の設計資料を作成するときの基礎になる
- (2) 撮影の自動化（被写体に応じて最適撮影条件を自動的に選定する装置）の基礎を与え得たので、その開発が期待される。
- (3) 装置の回路定数、管電圧・管電流波形から写真効果までを結びつけることができたが、これは、逆に、被写体が与えられたときに、その写真効果（情報量）を最大にするような高電圧波形を発生させる撮影法——最大情報量撮影法⁽³¹⁾⁽³²⁾—を研究する手段を与えるものである。

本研究において第3類断続回路解析法を適用して波形の解析をおこなったが、いずれの場合にも、回路状態の持続時間を求めると同時に、回路状態の転移時の位相角（電源電圧に対する）と第1種初期値の近似値を同時に算出することができた。とくに、ある回路状態の過渡項が、その回路状態の終期において十分に小さな値に減衰するときには、その回路状態の終期の位相角と電流、電圧の値が正確に求められるので、これらの値をつぎの回路状態の解に代入して、以下順番に数値計算をおこなった。この方法によって、1周期について1回の計算で正確な波形を算出することができた。図解法をくりかえして持続時間を求めた場合でも、2、3回のくりかえしによって満足な精度が得られた。

第 1 篇

X線装置における高電圧波形，
管電圧図表，および異常電圧

第 3 類 断 続 回 路

「林の断続回路解析法」⁽¹⁰⁾によれば、断続回路は3種類に分類される。

- (1) 第1類断続回路……相異なる有限個の回路状態を反覆繰返していく場合に、各回路状態の継続時間を他動的に調整しうる場合、すなわち継続時間が電圧または電流によって左右されない場合で、この回路の解析法が第2類、第3類断続回路の解析法の根底になる。
- (2) 第2類断続回路……印加起電力、印加強制電流のみが断続的に変化して、回路の構成素子の結合状況は変化しない場合。
- (3) 第3類断続回路……第1類断続回路において、各回路状態の継続時間が現象自体によって影響せられる場合。

本研究で取扱う回路はいずれも整流器を含むので第3類断続回路である。この回路の定常状態の解を求めるには、各回路状態の継続時間を何らかの方法で求めねばならない。ここでは、まず、或る回路状態の定常項 ($e^{\alpha t}$ のない項) によってその回路状態の終期の位相角を求め、これがつぎの回路状態の初期の位相角 (印加交流起電力に関する位相角) であるとして、順次、計算または図解を一周期についておこなって、最終回路状態の終期の位相角を求めた。もしこれが初期の仮定した位相角と一致しなければ、初期の位相角を変えてみて図解をくりかえす方法をとった。本研究においておこなった計算例では、多くとも2, 3回のくりかえしによって、満足な精度を得た。この方法によれば、回路状態の継続時間のみならず、転移するときの位相角と初期値の近似値が求められた。この初期値を回路状態の解に代入することによって、満足な精度で解析することができた。

第 1 篇の研究に関する歴史的展望

単相ならびに 3 相全波整流型 X 線装置の高電圧回路の電圧および電流波形の実測結果については若干の研究があり，単純な正弦波の整流波形にならないことが指適されていた。単相の装置について，福田氏は管電圧，管電流の実測波形をフーリエ級数に展開して高調波分の係数を求め⁽³³⁾，中堀一佐野両氏は X 線管のエミッジョン特性から波形のひずみを説明している⁽³⁴⁾。3 相装置の管電圧波形に関しては，Chantraine⁽³⁵⁾，Daumann⁽³⁶⁾，中堀⁽³⁷⁾各氏は，定常状態の波形に寄生振動が発生することを述べて，測定したオシログラムを発表している。

これらは，発生する X 線の性質を対象にした研究であるが X 線管電圧と X 線管電流の波形だけを取扱っており，電気工学の面から見て重要な変圧器中性点（接地電位で管電流値を読む回路）の電流波形にはふれていない。しかも，高電圧ケーブルのなかった古い装置に関する定常状態の波形についてだけである。また，過渡現象と異常電圧に関しては研究されていなかった。以前は，管電圧波形を，抵抗だけの分圧器と電磁オシメータで測定していたので負荷電流の多い状態が観察されていた。したがって，管電流の多いときに発生する 3 相装置の定常状態の寄生振動は報告されているが管電流の少いときに発生する閉路時異常電圧は報告されていない。あるいは，古い装置では，絶縁余裕が大きかったので問題にする必要がなかったことも，その原因の一つであると考えられる。

主変圧器 1 次電圧と管電流値 (mA) から kVp 値を求めるための管電圧図表は，1.1 - 2.2 図，1.3 - 2.7 図のように，電圧降下が mA に一様に比例するとして作成されたものが過去久きにわたって使われていたが，球ギャップの測定値と一致しないことが指適されており，若干の理論的考察もなされていた。⁽³⁹⁾しかし，X 線管の非直線特性は考慮されていなかった。

第 1 篇は，単相および 3 相整流回路の問題であり，単相では 1.1 - 1.6 図，1.7 図，1.9 図の回路状態の組合わせを取扱っている。このうちで 1.1 - 1.6 図，1.7 図の組合わせ（X 線管を等価抵抗値でおきかえたとき）は簡単であるから理論的な検討がすでにおこなわれているが，⁽³⁸⁾ L と C が

大きくて自由振動と異常電圧は問題にされていない。X線管負荷の 1.1 - 1.9 図に関しては、特殊な応用例であるから、いまだ厳密な理論的検討がなされていない。3 相では、1.3 - 1.3 図、1.4 図の組合わせをとりあつかったが、このような回路は X 線装置に特有なものであるから理論的に説明されていなかったものである。本研究では、第 3 類断続回路解析法⁽¹⁰⁾によって複雑な実測波形を理論的に説明するとともに、X 線装置において重要な kVp 値と異常電圧を説明した。X 線装置においては、回路定数の関係で自由振動が発生して種々の興味ある現象をひき起こすので、自由振動についても詳細な理論的検討をおこなって実測値と比較した。

1.1 章 単相全波整流型 X 線装置の 定常状態の波形と管電圧図表

1.1.1 緒 論

単相全波整流型 X 線装置の主要回路は、一般に、1.1 - 1 図のようなもので、高電圧変圧器の 1 次電圧とフィラメント電流を調整して、X 線管電圧と X 線管電流を調整する。ここで X 線管の電極は高圧に浮いているので、主変圧器 2 次巻線の中点（接地点）に流れる電流を整流して、接地電位で X 線管電流を測定している。第 1 篇では、X 線管電流ではなくて、主変圧器中性点の電流を問題にする。

一般に、高電圧回路の波形は、正弦波の全波整流で、1.1 - 2 図のような単純な正弦波形であると考えられているが、本章では、実際には、このような単純な波形ではないことを、測定結果に示して、これらの波形を「断続回路の解析法」⁽¹⁰⁾で理論的に説明する。さらに、従来は解釈のできなかった管電圧図表の問題点を定量的に説明し、単相装置の管電圧 (kVp) を正確に決定する方法をのべる。

1.1.3 および 1.1.4 において、7例について第3類断続回路解析法を適用したが、そのうちの⑥を除いては、或る一つの回路状態の過渡項 ($\epsilon \alpha t$ を含む項) がその回路状態の終期において充分小さく減衰する。このときには、その回路状態の終期値は初期値の如何にかかわらず定常項 ($\epsilon \alpha t$ を含まない項) だけで決るので、定常項だけからつぎの回路状態に移るときに位相角 (電源電圧に対する) と第1種初期値が同時に決定される。そこで、この位相角と初期値を回路状態の解に代入して以下順番に計算をおこなえば、一周期について一回の計算をおこなうだけで一周期全体の波形を正確に算出することができる。さらに一般的に云えば、或る回路状態の初期値と位相角が前の回路状態に影響されことなく一定であれば、この回路状態から計算を開始すればよい。計算例⑥では、どの回路状態においても過渡項が消失しなかったが、上のような計算を2回くりかえして、満足な精度を得ることができた。

1.1.2 波形の測定装置と測定結果

1.1.2.1 分圧器の特性

高電圧波形の測定装置として $C-R$ 並列方式の分圧器を使用し、ブラウン管オシロと組合わせたときの総合特性を、つぎの2つの方法でチェックした。

(1) 球ギャップによる電圧ピーク値の校正

球ギャップで測定した電圧ピーク値と、オシログラムの高さから求めた値とを比較した結果を 1.1-4 図に示した。周波数の高い方の代表として閉路時の異常電圧 (1.2 章)、低い方では3相装置の定常状態 (1.3 章) をえらんだ。これによって、測定誤差は $\pm 3\text{kV}$ 以内であることがわかる。

(2) 純抵抗の電圧－電流特性

X線管のかわりに、純抵抗を負荷として、ブラウン管オシロのX軸に上の方法で分圧した電圧を、Y軸に負荷電流を加えたときのオシログラムを1.1－3図に示す。ヒステレシスがないことは、分圧器による位相のずれがないことを表し、かつ直線性も良好であることがわかる。

1.1.2.2 実験に使用した装置の回路定数

代表的な単相装置として、島津製桂－150Ⅱ型の1台を選んで実験に使用したので、その装置のX線管電圧を発生させる回路の回路定数を列挙する。

(1) 配電線

日本放射線工業技術規格(JIRES), X-5, (1958)によって、電源設備より算出した。

$$\text{直列抵抗} \quad R_L = 0.0314 \Omega$$

$$\text{直列インピーダンス} \quad L_L = 0.112 \text{ mH}$$

$$\text{合成インピーダンス} \quad 0.0514 \Omega (60 \text{ c.p.s})$$

電圧降下を測定して合成インピーダンスを求めたが、 $0.050 \pm 0.07 \Omega$ であったから、上の値を採用する。

(2) 制御器内の抵抗値

オートトランス入力端子より電源端子迄の2線直列抵抗値

$$r_1 = 0.125 \Omega$$

オートトランス入力端子間の巻線抵抗値

$$r_2 = 0.0913 \Omega$$

オートトランス出力端子より、変圧器1次巻線を含めた2線直列抵抗値

$$r_3 = 0.129 \Omega$$

(3) オートトランスの出力側からみた等価直列インダクタンス

入力側を短絡して、インピーダンス法で求めた。これは、出力側のタップの位置(高電圧変圧器の1次電圧)で変わるので、おもな値を1.1－1表に示した。

リード線のインダクタンスは無視する。

(4) 高電圧変圧器 2 次側端子からみた並列静電容量

共振周波数が 1200 cps 程度であるから, 10 kc のブリッジで測定した。

$$C_t = 650 \text{ pF}$$

1.1 - 1 表 オートトランスのインダクタンス

オートトランス 出力電圧 (1 次電圧) 〔V〕	出力側からみた インダクタンス, L_2 〔mH〕
60	0.0536
90	0.0676
120	0.0817
150	0.0875
180	0.0732
210	0.0326
240	0.0111

(5) 高電圧変圧器 2 次巻線の抵抗

$$r_s = 3.25 \text{ k}\Omega$$

(6) 高電圧変圧器 2 次側からみたインダクタンス

1 次巻線を短絡, 2 次巻線を直列に接続して, インピーダンス法で測定し, 2 次巻線片側に換算した。

$$L_t = 25.3 \text{ H}$$

(7) 整流管の等価抵抗値

KO-160C 型を使用しているが, この特性曲線を直線で近似させて, 使用範囲では

$$R_K = 1.50 \text{ k}\Omega$$

の純抵抗とみなす。

この整流管は円筒陽極型であるから, 動特性は 1.1 - 5 図の静特性と一致する。(40)

(8) 高電圧ケーブルの静電容量

1kcのブリッジで測定した。

$$23\text{ mm}\phi \quad 6\text{ m} \quad C_c=1150\text{ pF}$$

$$29\text{ mm}\phi \quad 2\text{ m} \quad C_c=370\text{ pF}$$

(9) 高圧側からみた回路定数

(1)～(8)で、1.1 - 6 図の各定数を測定したが、変圧器より左側をつぎの式で高電圧側 (2次側) に換算して、1.1 - 7 図のようにする。

$$R_t = \{ m^2(R_L + r_1) + (m - m^2)r_2 + r_3 \} \frac{n^2}{2} + r_t \quad (1.1.1)$$

$$L = (m^2 L_L + L_2) \frac{n^2}{2} + L_t \quad (1.1.2)$$

$$e = \frac{m n}{2} \times (\text{電源電圧}) \quad (1.1.3)$$

ただし $n = 45000/94$, $m = 1$ 次電圧〔V〕/215 である。

R_t , L は 1 次電圧によってかわるので、おもな値を 1.1 - 2 表に示す。

1.1.3 以後では、これらの値のほかに

$$\left. \begin{aligned} R_2 &= R_t + R_K \\ C &= C_t + C_C \end{aligned} \right\} \quad (1.1.4)$$

の値を使用するので、まとめて 1.1 - 2, 1.1 - 3 表に記入しておく。

1.1 - 2 表 1 次電圧 (P.V.) と高圧側からみた

等価抵抗および等価インダクタンス

1 次 電 圧 〔V〕	L 〔H〕	R_t 〔k Ω 〕	R_2 〔k Ω 〕
60	3 2.4	2 1.6	2 3.1
90	3 5.3	2 3.7	2 5.2
120	3 8.7	2 6.2	2 7.7
150	4 1.6	2 9.0	3 0.5
180	4 2.7	3 2.0	3 3.5
210	4 1.3	3 5.4	3 6.9
240	4 2.6	3 9.0	4 0.5

1.1 - 3 表 ケーブルの種類と静電容量

ケーブルの種類	C_c	C
導線で直結(ケーブルなし)	0 pF	650 pF
29 mm ϕ \times 2 m	370	1020
23 mm ϕ \times 6 m	1150	1800
29 mm ϕ \times 2 m + 24 mm ϕ \times 6 m (標準)	1520	2170

1.1.2.3 X線管負荷のときの測定結果⁽¹¹⁾

(1) 減衰振動

X線管電圧(kVp)を一定にして、管電流(mA)を変化せしめたときの、管電圧波形と変圧器中性点の電流波形を1.1 - 8図に示した。mAが少いときほど、とくに電流波形において、減衰振動が顕著にあらわれている。mAが多くなると消失する。逆に、mAを一定にしてkVpを変化させると、kVpが高いほどこの振動が顕著になる(1.1 - 9図)。1.2, 1.4, 1.5章でのべる異常電圧は、これと同種の減衰振動によるものであるから、この性質について1.1.2.4で抵抗負荷のときと比較して実験的に考察し、しかる後に、1.2.3.でこれが理論的に説明されることをのべる。

(2) 回路状態

変圧器の中性点電流が流れているときには、4本の整流管のうちの2本が導通しているが、電流が0になる点で、この2本の整流管がしや断される。電流波形が0線と交叉しているときには、ただちに他の2本が導通状態になって、逆の半波が整流されると考えられるが、mAが少いときには電流が一定期間だけ0になる。このときに、管電圧が0でない場合(1.1 - 8図(2)の(a)(b)等)と0になる場合(同図(1)の(b)(d)等)の2つがある。前者は直流側の静電容量(ケーブル)のために管電圧が全波整流波形よりも平滑化された場合で、直流側に静電容量のない装置では発生しない。後者では進電流のために電源電圧の極性変わる前に0になってしや断状態になり、つぎの整流がおこなわれるまでの間は電流0になる。

1.1 - 10図は、変圧器端子電圧(AC側)と、整流された管電圧を示

した図で、同図(a)では平滑化現象がみられる。

(3) X線管電流波形

1.1 - 1 1 図は、X線管電圧、X線管電流と、それに対応するX線管の $V-I$ 特性のオシログラムを示す。飽和特性を示し、ヒステレシスは現れていない。X線管電流波形は、発生X線の性質に関係するが、電気工学の面から考察するときは、変圧器中性点電流が重要であるから、以後、第1 篇で電流波形と言う時には変圧器中性点電流（管電流計回路の電流）を指すものとする。

(4) X線管の $V-I$ 特性

ブラウン管オシロで測定した結果の代表例を 1.1 - 1 2 図に示す。同図 (a) は管電流を一定にしたとき、(b) は管電圧を一定にしたときの例である。kVp が大で、mA が少ないほど飽和に近づく。あとで管電流のピーク値 (mA_p) を用いるが、mA_p と mA（平均値）の比は飽和の程度によって変わるので、これを 1.1 - 1 3 図に示しておく。

1.1.2.4 抵抗負荷のときの測定結果とX線管の等価抵抗値

X線管のかわりに抵抗 R_L を接続したときの、直流側高電圧波形と変圧器中性点電流波形の代表例を 1.1 - 1 4 図に示した。これらの波形とX線管を接続したときの波形を比較してみる。

(1) 基本波

抵抗負荷のときは、 $V-I$ 特性のひずみがないので、基本波は正弦波である。

(2) 回路状態

X線管負荷のときと同じことが云える。

直流側静電容量によって管電圧が平滑化されるとき（直流側にケーブルがあって、mA 少い）は、電圧変動が少くて $V-I$ 特性の先端だけで動作しているから、その中点と原点を結んで等価抵抗 V/I を算出すればよい。

1.1 - 4 表では、2つの等価抵抗値が実験誤差内で一致しているので、このように考えてもよいことがわかる。

1.1 - 4 表 等価抵抗値(1)

X 線 管 の 負 荷 条 件		波形を比較して 求めた等価抵 抗 値	$V-I$ 特 性 の 中 点 に お け る 等 価 抵 抗 値 V/I	mA (平均) を 等しくする等価 抵抗値
kVp	mA			
60	1.2	$40 \pm 10 \text{ M}\Omega$	$45 \text{ M}\Omega$	$45 \text{ M}\Omega$
"	2.5	18 ± 2	19.7	20
"	5.0	9 ± 1	9.6	9.8

(3) 管電流 (mA) を等しくするような等価抵抗値

1.1 - 4 表および 1.1 - 5 表の右端に、等しい mA (平均値) を流すに要する抵抗値の実測結果を示す。これによれば、ケーブルがあって平滑化されるときは、脈動率が 0.8 以下 (20 mA 以下) ならば、 $V-I$ 特性の midpoint における抵抗値 V/I を用いても誤差 5 % 以内におさまることがわかる。

(4) 減衰振動

抵抗負荷のときにも、X 線管の場合と同じ傾向を示し、 R_L が大なるほど、振動が顕著である。 R_L が小さくなると振動数が減少して、減衰が早くなり、ケーブルのないときは約 $220 \text{ k}\Omega$ 以下で、ケーブル 1520 pF のときは約 $130 \text{ k}\Omega$ 以下では消失する。この減衰振動に着目して、X 線管負荷のときの波形と抵抗負荷のときの波形とを比較して求めた等価抵抗値と、 $V-I$ 特性から求めた等価抵抗を 1.1 - 5 表に示す。後者として、原点からみた抵抗値 V/I と、接線の傾斜 $\Delta V/\Delta I$ をあげた。

1.1 - 5 表 等価抵抗値(2) 管電圧 60kVp

管電流 [mA]	減衰振動に着目して、波形を比較して求めた等価抵抗値 $[\Omega]$		$V-I$ 特性から求めた抵抗値 $[\Omega]$, () 内の電圧 [kVp] における値を示す		mA を等しくする抵抗値 $[\Omega]$	
	ケーブルなし	1520 pF	$\Delta V / \Delta I$	V / I	ケーブルなし	1520 pF
10	15 \pm 5M	3.5 \pm 0.5M	16M(40)	2.7M(40)	25	28M
20	5 \pm 1M	1.8 \pm 0.2M	5.8M(40)	1.35M(40)	13	1.4M
50	2 \pm 0.5M	0.9 \pm 0.1M	2.3M(40)	730k(40)	680k	
100	0.8 \pm 0.2M	750 \pm 50k	1.0M(40)	350k(40)	290k	
200	460 \pm 40k	460 \pm 40k	{ 375k(40) 450k(50)	{ 165k(40) 195k(60)	105k	
300	—	380 \pm 40k	{ 360k(50) 480k(60)	{ 105k(40) 195k(60)	82k	
400	—	340 \pm 40k	{ 200k(50) 230k(60)	{ 78k(40) 97k(60)	82k	
500	—	—	{ 130k(50) 190k(60)	{ 60k(40) 71k(60)	68k	

この表をみると、まず、mAの多いところでは、減衰振動は V/I でなく、飽和部分の $\Delta V / \Delta I$ できまっていることがわかる。これは、原点附近では $\Delta V / \Delta I$ が小さくて振動が発生しない状態であるが、 $V-I$ 特性が飽和するにつれて $\Delta V / \Delta I$ が大きくなって振動が発生しやすくなるからである。したがって電流波形のピーク附近で振動が観察される。このことは、1.1.4で理論的に導かれる。

つぎに、mAが少くなると、ケーブルのないときは $\Delta V / \Delta I$ の値をとる方がよいが、ケーブルや静電容量があると V/I に近くなるようにみえる。しかし、これは回路状態の変化、したがって、振動の初期の振巾が V/I できまるからであって、減衰振動の性質は $\Delta V / \Delta I$ できまるはずである。減衰振動の性質は、 R_0 が大きくなるとほとんど変わらないので(1.2.3.2参照)、 V/I になるようにみえるわけである。

よって、回路状態の変化に関しては V/I を等価抵抗として考えればよく、減衰振動に関しては $\Delta V / \Delta I$ をとればよいことがわかる。

1.1.3 X線管を抵抗でおきかえたときの波形の解析

(第3類断続回路)

まず、抵抗負荷の場合について、装置の等価回路に「第3類断続回路の解析法」⁽¹⁰⁾を適用して、前節の測定結果と比較する。

1.1.3.1 第1回路状態の解

1.1-6図の4本の整流管のうちの対向する2本づつが交互に導通状態になるので、1.1-7図と組合わせれば、1.1-15図の回路状態がくりかえされることがわかる。ここで、接地線の上下の起電力、回路定数は対称であるから接地線を省いてよい。この回路のp-関数の解の分母はp-3次式になって、文字のままでとけないが、X線装置では $R_K \ll R_i$ であって、電圧降下 $i_1 R_K$ は v_1 にくらべて僅少であるから、 C_i を R_K の右にうつして1.1-16図の等価回路で考察をおこなう。これを第1回路状態と名づける。

ここで $2v_1$ 、 i_1 はそれぞれ、X線管電圧、変圧器中性点の電流をあらわすので、この2つの量について解けばよい。

1.1-16図の基準微分方程式はつぎのようになる。

$$\begin{pmatrix} LD + R_z & 1 \\ -1 & CD + 2/R_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ v_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.1.5)$$

$$e = E \sin(\omega t + \theta) \quad (1.1.6)$$

ただし $D \equiv \frac{d}{dt}$ である。

ここでつぎのように回路定数を変換すると、後にのべるように、自由振動(減衰振動)異状電圧の性質をあらわすのに便利である。また、この変換によって文字計算が著しく簡単になる。

$$\nu = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad , \quad x = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (1.1.7)$$

$$x = \frac{R_z}{Z} \quad , \quad y = \frac{R_i}{Z} \quad (1.1.8)$$

これを使って (1.1.5) 式をかきかえる。

$$\begin{pmatrix} Z\left(\frac{1}{Y}D+X\right) & 1 \\ -1 & \frac{1}{Z}\left(\frac{1}{Y}D+\frac{2}{Y}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ v_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.1.9)$$

以下，断続回路の解析法にしたがって解析すれば，第1回路状態の解としてつぎの式を得る。

$$\begin{pmatrix} i_1(t) \\ v_1(t) \end{pmatrix} = [\varphi_1(t)] + [\chi_1(t)] \begin{pmatrix} i_1^{+0} \\ v_1^{+0} \end{pmatrix} \quad (1.1.10)$$

ただし，途中の計算と，この式の行列 $[\varphi_1(t)]$ ， $[\chi_1(t)]$ の要素は附録 (1.7) (1.9) 式に示されている。

第2種初期値 i_1^{+0} ， v_1^{+0} と第1種初期値 i_1^{-0} ， v_1^{-0} の関係は，以下の計算例においてのべるように場合によって異なるので，ここでは，一般的な関係を知るために第2種初期値の係数行列を $[\chi_1(t)]$ とした。

(1.1.10) 式によれば， $i_1(t)$ ， $v_1(t)$ はいずれも定常項 (電源と同じ周波数の正弦波) と $\epsilon^{\alpha t}$ で減衰する過渡項よりなる。過渡項は

$$\epsilon^{\alpha t} \cosh \beta t, \quad \epsilon^{\alpha t} \sinh \beta t$$

で表わされる。ただし α ， β はつぎの式であらわされる。

$$\alpha = \left(\frac{X}{2} + \frac{1}{Y} \right) \nu \quad (1.1.11)$$

$$\beta^2 = \nu^2 \left\{ \left(\frac{X}{2} - \frac{1}{Y} \right) - 1 \right\} \quad (1.1.12)$$

$\beta^2 < 0$ のときには， \cosh ， \sinh の項が \cos ， \sin になるので自由振動 (減衰振動) が発生する。

$\beta^2 = 0$ ならば， $\cosh \beta t = 1$ ， $(\sinh \beta t)/\beta = t$ であるから振動しない。 $\beta^2 > 0$ でも振動は発生しない。

この自由振動は閉路時の異常電圧の原因になるので，後に，1.2.3において詳細に検討する。

1.1.32 回路状態の持続時間の決定法と数値計算例

整流管に流れる電流 i が 0 になったときに、第 1 回路状態が終了する。このときに電源電圧の極性が逆転しておれば他の 2 本の整流管が導通状態になって再び第 1 回路状態になって同じことをくりかえす。しかし、回路定数の如何によっては、すぐにはこの状態に移行せずに、ある期間だけ電流が遮断されたり、直流側の静電容量によって電圧波形が平滑化されたりする。

つぎに、1.1-20 図の 5 つの計算例によって回路状態の転移時期（継続時間）の決定法と回路状態のうつりかわる模様を示す。同図において横に並んだ 3 つの図は同じ回路定数に対する波形を示し、左から、測定した波形、計算した電流 i の波形、計算した管電圧 $2v$ の波形である。計算では v が求められるが、管電圧はこの 2 倍であるから図の縦軸を $2v$ にしておいた。計算に用いた負荷抵抗値 R_L とケーブルの容量 C_C の値は図の左端に示されている。図中の点線は電源電圧の半サイクルの波形を、細実線は定常項（ $\epsilon^{\alpha t}$ のない項）と過渡項（ $\epsilon^{\alpha t}$ のある項）を示す。求める波形は 2 つの項の和であって太実線になる。

〔計算例①〕 $L = 35.3 \text{ H}$, $R_s = 25.2 \text{ k}\Omega$, $R_L = 100 \text{ k}\Omega$

$$C = 2170 \text{ pF}, E = 30.47 \text{ kVp}, \omega = 2\pi \cdot 60$$

電圧、電流の定常項の振巾と位相は、附録(1.9)式の定常項の係数によって、つぎのように求まる。以下では時間、電圧、電流の単位はそれぞれ sec, kV, mA, である。

$$\begin{aligned} \{\varphi_1(t)\} \text{の定常項} &= \begin{pmatrix} 40.21 \sin(\omega t + \theta - 8.5^\circ) \\ 20.36 \sin(\omega t + \theta - 10.8^\circ) \end{pmatrix} \\ &= \left(\frac{i}{v_1} \right) \text{の定常項} \end{aligned}$$

これらを図示すれば、それぞれ電源電圧から 8.5° , 10.8° , ずつおくれた正弦波となるので、位相角 188.5° において電流が正方向から 0 になる。そこで、まず、定常項だけを考慮してこの位相角で第 1 回路が終了すると仮定してみる。このときはすでに電源電圧の極性は逆転しておる。つぎに、位相角 188.5° の点の電圧をみると、負荷側の電圧（太線）が電源電圧（点線）より低いので整流器に正方向の電圧がかかるので、ただちにつぎの第 1 回路状態に移行する。すなわち初期の位相角 θ は 8.5° である。第 1 種初

期値は前の式に $\omega t + \theta = 188.5^\circ$ を代入して

$$v_1^{-0}[\text{kV}] = 20.36 \sin 2.3^\circ$$

と求められる。第2種初期との関係は図からあきらかなように

$$\begin{pmatrix} i_1^{+0} \\ v_1^{+0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ v_1^{-0} \end{pmatrix} \quad (1.1.13)$$

である。(1.1.10)式に代入すれば、この場合の定常状態の解として次式を得る。

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ v_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_{111} \\ \varphi_{121} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \chi_{112} \\ \chi_{122} \end{pmatrix} v_1^{-0} \quad (1.1.14)$$

この要素は $\theta = 8.5^\circ$ を使って附録(1.7)(1.9)式に数値を代入すれば求められ、つぎの結果を得た。

$$\begin{aligned} \varphi_{111} &= 40.21 \sin \omega t - \sin 0^\circ \cdot \varepsilon^{\alpha t} \cosh \beta t \\ &\quad + \{ 35.11 \sin(-2.3^\circ) - 32.53 \cos(-2.3^\circ) \} \varepsilon^{\alpha t} \sinh \beta t \\ &= 40.21 \{ \sin \omega t - 0.08048 \varepsilon^{\alpha t} \sinh \beta t \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_{121} &= 20.30 \sin(\omega t - 2.3^\circ) - \sin(-2.3^\circ) \varepsilon^{\alpha t} \cosh \beta t \\ &\quad - \{ 0.1690 \cos(-2.3^\circ) + 1.705 \sin(-2.3^\circ) \} \varepsilon^{\alpha t} \sinh \beta t \end{aligned}$$

$$\chi_{112} = 12.77 \varepsilon^{\alpha t} \sinh \beta t$$

$$\chi_{122} = \varepsilon^{\alpha t} \cosh \beta t + 1.908 \varepsilon^{\alpha t} \sinh \beta t$$

$$\alpha = -4964, \quad \beta = 2230$$

これらを(1.1.14)式に代入して、求める i_1, v_1 を得た。

$$i_1[\text{mA}] = 40.21 \{ \sin \omega t - 0.05456 \varepsilon^{-4964 t} \sinh 2230 t \}$$

$$v_1[\text{kV}] = 20.30 \{ \sin(\omega t - 2.3^\circ) \}$$

$$+ \varepsilon^{-4964 t} \{ 0.08026 \cosh 2230 t - 0.1606 \sinh 2230 t \}$$

このグラフを画けば求める波形になるが、定常項はすでに画かれているので過渡項を画いて加え合わせればよい。その結果は、1.1-20図①の

ようになる。ここで、過渡項は早く減衰するので、回路状態の終期においては定常項だけが残る。すなわち、最初に過渡項を0とおいた仮定が適当であったことがわかる。

〔計算例②〕 $R_1 = 480 \text{ k}\Omega$, $C = 650 \text{ pF}$, その他は①と同じ

$$[\varphi_1(t)] \text{ の定常項} = \begin{pmatrix} i_1 \\ v_1 \end{pmatrix} \text{ の定常項} \\ = \begin{pmatrix} 114.5 [\text{mA}] \sin(\omega t + \theta) \\ 27.57 [\text{kV}] \sin(\omega t + \theta - 3.3^\circ) \end{pmatrix}$$

であるから、これらを図示すれば1.1.20 図②に定常項と記入したような正弦波となる。ただし電流波形では過渡項が小さいので太線と一致している。このときは電流と電源電圧の位相が一致するので位相角 0° から第1回路状態が始るとして①と同様な計算法を適用する。ここで初期値は前例と同様にして

$$v_1^{-0} = 27.25 \sin 176.7^\circ$$

であるとして数値計算をおこない、つぎの解を得た。

$$i_1(t) = 114.5 (\sin \omega t - 0.0401 e^{-3561t} \sin 5980t)$$

$$v_1(t) = 27.57 \{ \sin(\omega t - 3.3^\circ)$$

$$+ e^{-3561t} (0.1152 \cos 5980t - 0.0568 \sin 5980t) \}$$

この計算例において $\beta = j5980$ になるので 過渡項は自由振動になる。その周期は 15.87° である。この場合にも過渡項の減衰が早いので、一回の計算で解が得られた。

〔計算例③〕 $R_1 = 2 \text{ M}\Omega$, $C = 650 \text{ pF}$, その他は①と同じ

$$[\varphi_1(t)] \text{ の定常項} = \begin{pmatrix} i_1 \\ v_1 \end{pmatrix} \text{ の定常項} \\ = \begin{pmatrix} 30.62 \sin(\omega t + \theta + 12.0^\circ) \\ 29.73 \sin(\omega t + \theta - 1.6^\circ) \end{pmatrix}$$

であるから、電流は電源電圧よりも 12° すすんで1.1-20 図③のように

なる。この例では前の2例にくらべて充電電流の比率が大きいので進み電流が流れる。まず、 $\omega t + \theta = 168^\circ$ で i_1 が正方向から0になるので第1回路状態が終了すると仮定してみる。このときは電源電圧の極性が逆転していないのでつぎの第1回路状態に移ることができない。ゆえに極性が逆転するまでは電流が遮断された状態になり、この間は負荷側の電圧は電源電圧と等しい。そこで、第1回路状態は位相角 0° からはじまる。よって、 $\theta = 0^\circ$ であることを使って数値計算をおこなう。

$$\begin{aligned}\varphi_{111} &= 3.062 \{ \sin(\omega t + 12.0^\circ) - \sin 12^\circ \cdot \varepsilon^{\alpha t} \cos \beta' t \} \\ &\quad + \{ 1.267 \sin(-1.6^\circ) - 0.4353 \cos(-1.6^\circ) \} \varepsilon^{\alpha t} \sin \beta' t \\ \varphi_{121} &= 29.73 \left[\sin(\omega t - 1.6^\circ) - \sin(-1.6^\circ) \varepsilon^{\alpha t} \cos \beta' t \right. \\ &\quad \left. - \{ 0.0580 \cos(-1.6^\circ) + 0.1002 \sin(-1.6^\circ) \} \right. \\ &\quad \left. \times \varepsilon^{\alpha t} \sin \beta' t \right]\end{aligned}$$

$$\alpha = -1125, \quad \beta = j\beta' = j6608$$

$$v_1^{-0} = 0$$

これより、求める電流、電圧はつぎのようになる。

$$\begin{aligned}i_1[\text{mA}] &= 3.062 \{ \sin(\omega t + 12.0^\circ) \\ &\quad - \varepsilon^{-1255t} (0.2079 \cos 6608t + 0.0151 \sin 6608t) \} \\ v_1[\text{kV}] &= 29.37 \{ \sin(\omega t - 1.6^\circ) \\ &\quad + \varepsilon^{-1255t} (0.02792 \cos 6608t - 0.05520 \sin 6608t) \}\end{aligned}$$

これを図示すると、1.1-20図③に示す波形を得る。過渡項は1週期 20.5° の自由振動である。

この計算例においても、回路状態の終期で過渡項が消失したので一回の計算で解が得られた。

1.1.3.3 管電圧が平滑化される場合の数値計算例

〔計算例④〕 $R_1 = 2\text{M}\Omega$, $C = 2170\text{pF}$, 他は①と同じ

この例では、直流側にケーブルの静電容量 1520pF が入っているので、

1.1 - 17 図に示した第2回路状態を生じて、電圧 v の波形が平滑化される。①では同じケーブルを用いているが、負荷電流が大きいので平滑化されなかった。②③ではケーブルを用いていないので当然これがおこらなかった。

まず、第1回路状態の定常項を求めてみる。

$$\begin{aligned} [\varphi(t)] \text{ の定常項} &= \begin{pmatrix} i_1 \\ v_1 \end{pmatrix} \text{ の定常項} \\ &= \begin{pmatrix} 3.872 \sin(\omega t + \theta + 3.74^\circ) \\ 2.998 \sin(\omega t + \theta - 1.9^\circ) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

例③よりも充電電流が増加したので電流波形が電源電圧よりも 3.74° 進む。

そこで、まず、位相角が 142.6° になったときに i_1 が0になって第1回路状態が終了すると仮定してみる。このときは、まだ電源電圧の極性が反転していないのでつぎの第1回路状態にうつり得ない。そこで整流管は全部遮断状態になる。もし直流側に静電容量がなければ、例③のように、電源電圧の極性が逆転するまで負荷電圧は電源電圧と等しくなる。しかしこの計算例のように直流側にケーブル等の静電容量があれば、これに貯えられた電荷が負荷を通じて放電されねばならない。このときは、静電容量と負荷とが電源側から切り離されて1.1 - 17 図の回路状態を形成する。これを第2回路状態と名づける。この回路におけるコンデンサの両端の電圧は周知のようにつぎの式であらわされる。

$$v_2(t) = v_2^{-0} e^{-\alpha_2 t}, \quad \alpha_2 = -2/C_c R_1 \quad (1.1.15)$$

この計算例では $\alpha_2 = -658.0$ である。

この電圧が電源電圧よりも高ければこの回路状態が持続する。反対に電源電圧よりも低くなれば整流管を通して電源から電流が供給されるので、電源電圧と等しい値に充電された状態がつづき、放電しうる位相角になったときにはじめて第2回路状態に移行する。この例では、図④に示したように、第1回路状態の終期において負荷電圧(太線)と電源電圧(点線)の差はわづかであるから、すぐに両電圧が等しくなる。この状態から第2回路状態に移り得る条件は両電圧の微係数に関係し、つぎのようにあらわ

される。

$$\frac{d}{dt} e^{-\alpha_2 t} \left(\frac{\theta_2}{\omega} \right) \leq \frac{d}{dt} v_2^{-0} e^{\alpha_2 t} \quad (1.1.16)$$

ここで

$$e(t) = E \sin \omega t$$

$$v_2^{-0} = E \sin \theta_2$$

$$\frac{\pi}{2} < \theta_2 < \pi$$

であるから上の条件はつぎのようになる。

$$\tan \theta_2 \geq \frac{\omega}{-\alpha_2} \quad (1.1.17)$$

ゆえにこの例では

$$\theta_2 \geq (18.0^\circ - 2.9.8^\circ) = 15.0.2^\circ$$

である。ゆえに、 $15.0.2^\circ$ から第2回路状態がはじまるとして波形の計算を開始する。その結果、第1回路状態の終期角がこの θ_2 よりも前にくれば、この仮定が妥当であったわけであるから一回の計算で正確な波形が得られることになる。

数値を代入すると

$$v_2^{-0} = 30.4 \sin 2.9.8^\circ = 15.11$$

であるから第2回路状態の電圧波形は

$$v_2(t) = 15.11 e^{-658.0t}$$

である。この波形は1.1-20図④の電圧波形の区間2に示されたように減衰する。この回路状態は、電源電圧の極性が反転してからも持続するが、電源電圧（点線）と等しくなると整流管に正の電圧がかかるので導通状態になって、つぎの第1回路状態に移行する。このときの位相角 θ は2つの曲線の交点であり、計算によって 8.7° と求められる。

つぎの第1回路状態では

$$\theta = 8.7^\circ, \quad v_1^{-0} = E \sin 8.7^\circ = 4.600$$

であることを用いて数値計算をおこない、つぎの解を得た。

$$\begin{aligned} i_1(t) [\text{mA}] &= 38.72 \{ \sin(\omega t + 46.1^\circ) \\ &\quad - e^{-885.9t} (0.7206 \cos 3623t + 0.4168 \sin 3623t) \} \\ v_1(t) [\text{kV}] &= 29.98 \{ \sin(\omega t + 6.8^\circ) \\ &\quad + e^{-885.9t} (0.0354 \cos 3623t - 0.1233 \sin 3623t) \} \end{aligned}$$

これは図④の区間1のようになる。過渡項の振動は、回路状態の終期において残っているので 144° で $i_1=0$ となる。これは過渡項を無視して求めた角 142.6° よりも 1.4° だけおくれているが、はじめにきめた第2回路状態の初期の位相角 150.2° より前になる。よって、この計算例においても、一回の計算で正確な波形が求められた。

〔計算例⑤〕 $R_1=60\text{M}\Omega$, $C=2170\text{pF}$, 他は①と同じ

前の例④よりもさらに負荷電流が減少すると、ケーブルの電荷の放電時定数が大きくなるので第2回路状態が長くなる。

まず第1回路状態の定常項はつぎのようになる。

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ v_1 \end{pmatrix} \text{の定常項} = \begin{pmatrix} 25.10 \sin(\omega t + \theta + 86.5^\circ) \\ 30.67 \sin(\omega t + \theta - 1.2^\circ) \end{pmatrix}$$

例④よりも充電々流の割合が増加しているので、電流は電源電圧よりも 86.5° 進む。過渡項の定数はつぎのようである。

$$\alpha = -363.2, \quad \beta = j3623, \quad \alpha_2 = -21.93$$

α が小さいので減衰がおそく、かつ第1回路状態の期間が短いので、過渡項が消失しないと予想される。そこで1回の計算では正確な波形が求められない。

まず、例④にならって(1.1.17)式から出発し、2回計算をくりかえすと次頁の表のような結果を得た。

2回目の第1回路状態は 92° で終了するが、このときの電圧は2回目の最初に計算した第2回路状態の電圧と1%以内で一致する。この誤差は、電圧、電流の波形にそれぞれのピーク値の1%以内の変動を与えるだけで

		1 回 目	2 回 目
第2回路状態過渡項		θ_2 v_2^{-0}	93.3° $0.9983E$
第1 回路 状態 過渡 項	θ	59.2°	63.0°
	v_1^{-0}	0.8521 V	0.8870 V
	電流の $\left\{ \begin{array}{l} \cosh \text{項の係数} \\ \sinh \text{項の係数} \end{array} \right.$	-0.5635 I 0.0112 I	-0.5030 I 0.0034 I
	電圧の $\left\{ \begin{array}{l} \cosh \text{項の係数} \\ \sinh \text{項の係数} \end{array} \right.$	0.00962 V 0.05763 V	0.03412 V 0.05207 V
		$V = 3.067, I = 25.10$	

あるから、上の2回の計算によって十分な精度が得られたと云える。1.1-20 図⑤に、計算の出発点Aと1回目の計算結果による波形（鎖線）と2回目の計算結果による波形（太線）とも示した。過渡項は2回目のものだけを示した。

〔第2回路状態の生ずる条件〕

以上の計算例よりわかるように、電流 i が電源電圧の極性が反転する前に0になり、かつ直流側に静電容量があるときは第2回路状態になり得る。しかし時定数が小さければ早く放電して電源電圧と等しくなる。電源電圧より下ろうとすると整流管を通して充電されるので、以後は電源電圧と等しい状態が続く。この状態は第1、第2のいずれの回路状態でもない。この状態から再び第2回路状態になる位相角は（1.1.17）式に示されている。

〔定常状態における自由振動〕

図⑤の電圧波形によれば、電圧のピーク値（kVp）は、無負荷時の高圧側端子電圧（点線）のkVp値よりも2kV上昇している。これは過渡項

の自由振動が重畳するためである。このように、管電流値が少いとき（主として透視診断のとき）の kV_p が無負荷時の kV_p よりも上昇する現象は、球ギャップ測定によって見出されていたが、その原因が長い間不明であった。筆者は、以上の解析によってこの原因を解明することができた。

一般に、自由振動は、電流波形には顕著に現れるが、電圧波形にはあまり現れない。これは電圧 v_1 中の $\cosh \beta t$ の係数が

$$v_1^0 - V \sin(\theta_1 - \varphi) = E \sin \theta_1 - V \sin(\theta_1 - \varphi) \quad (1.1.18)$$

になるから互に打消し合って微小になるためである。

ただし、例⑤のように平滑化現象が顕著になるときは、第1回路状態の期間が短い上に、自由振動の減衰がおそくなるので、電圧のピーク附近において振動が重畳して定常項のピークよりも2 kV ほど高くなることがある。この程度の変動は実用上は差支えないので、定常状態では、自由振動に原因する異常電圧を問題にしなくてもよいことがわかる。

1.1.34 理論による波形と実測波形との比較

1.1 - 20 図に示されているように、理論と実測による波形はいずれも類似しているが、具体的に数値を比較すると1.1 - 6 表のようになり、実験誤差内で一致している。このうち④⑤においては自由振動が顕著であり、第2回路状態も生ずるが、これらに関する数値も1.1 - 7 表に示すように誤差範囲内で一致する。ゆえに回路定数が異なる場合に対しても、抵抗負荷のときの定常状態の波形を上述の理論から求めてもよいと推定できる。

1.1 - 6 表

図の番号		①	②	③	④	⑤
1次電圧〔V〕		90	90	90	90	90
負荷 R_1 〔 Ω 〕		100 k	480 k	2 M	2 M	60 M
ケーブル〔pF〕		1520	0	0	1520	1520
管電圧〔kVp〕	理論	40.7	55.1	59.4	60.0	63.0
	実測*	40	56	60	60	63
中性点電流〔mA〕	理論	264	72.8	19.0	21.0	0.956
	実測×	260	70	18	20	0.98
電流に対する電圧の進み位相差〔°〕	理論	2.3	3.3	13.6	41.1	
	実測	5±5	5±5	10±5	40±5	

*球ギャップによる測定値

×整流して、電流計で平均値を測定した値

1.1 - 7 表

		理 論	実 測
④ の 自 由 振 動	$\alpha[\text{sec}^{-1}]$	-586	-600 ± 40
	$\beta[\text{sec}^{-1}]$	j3623	$j(3600 \pm 100)$
	電圧波形での初期 の振巾 [kV]	5.8	5 ± 5
	電流波形での初期 の振巾 [mA]	27.7	27 ± 2
第 2 回 路 状 態	$\alpha[\text{sec}^{-1}]$	{ ④ -239 ⑤ -21.9	-250 ± 20 -20 ± 2
	一週期に対する割 合	{ ④ 0.248 ⑤ 0.839	0.25 ± 0.05 0.84 ± 0.05
	曲線⑤管電圧脈動 率	0.856	0.87 ± 0.04

1.1.4 X線管のV-I特性を折線で近似したときの波形の解析 (第3類断続回路)⁽¹³⁾

1.1.4.1 各回路状態の解

X線管の特性を1.1-18図のような2本の折線で近似すると、図中の矢印で示した区間に対応する3つの回路状態が順次くりかえされる。ただし、ここでは、上述の第2回路状態のない場合だけをとり扱う。

回路状態の符号を、1.1-18図に示すように1, 3, 1'とすると、1, 1'の等価回路は、当然1.1-16図と同じになるが、3に対しては、X線管のかわりに強制電流Sと抵抗Rを考えればよいので、1.1-19図のようになる。これを第3回路状態と名づける。

1.1.1-9図の基準微分方程式はつぎのようになる。

$$\begin{pmatrix} LD+R_2 & 1 \\ -1 & CD+2/R_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_3 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e \\ -S \end{pmatrix} \quad (1.1.19)$$

左辺のはじめの行列は第1回路状態のそれと同じであるから解の中で第2

種初期値 $\begin{pmatrix} i_3^{+0} \\ v_3^{+0} \end{pmatrix}$ の左にかかる行列は、第1回路状態の $[\chi_1(t)]$ をそのまま使うことができる。 $[\varphi_1(t)]$ には $-S$ による項を追加すればよい。かくして、つぎの解をうる。

$$\begin{pmatrix} i_3(t) \\ v_3(t) \end{pmatrix} = [\varphi_3(t)] + [\chi_1(t)] \begin{pmatrix} i_3^{+0} \\ v_3^{+0} \end{pmatrix} \quad (1.1.20)$$

ただし $[\varphi_3(t)]$ の要素は附録(2.3)式に示されており、正弦波定常項、直流の定常項、および過渡項より成る。

この解によれば、第3回路状態の過渡項の定数 α, β は $V-I$ 特性の先端の等価抵抗 $\Delta V / \Delta I$ によってきまることがわかる。これで 1.1.2.4(4) のべた実験事実を説明することができた。

1.1' の回路状態に対しては 1.1.3.1 で求めた結果をそのままあてはめればよい。

1.1.4.2 回路状態の持続時間の決定法と数値計算例

回路状態の持続時間は以下の数値計算例に示す方法で求めることができる。

〔計算例⑥〕

1例として、60kVp, 300mAのときの $V-I$ 特性を近似させるときのようになる。

$$S = 150 \text{ mA}, \quad V_0 = 10 \text{ kV}$$

$$R_1 = 80 \text{ k}\Omega (1,1'), \quad 200 \text{ k}\Omega (3)$$

1次電圧は、実験によって125Vと求められたが、このときの定数はつぎのようである。

$$L = 38.9 \text{ H}, \quad R_2 = 27.9 \text{ k}\Omega, \quad E = 42.31 \text{ kV}$$

まず、3つの回路状態の定常項を算出する。

1.1' に対しては、附録(1.9)式より求められる。

$$[\varphi_1(t)] \text{ の定常項} = \begin{pmatrix} i_1 \\ v_1 \end{pmatrix} \text{ の定常項}$$

$$= \begin{pmatrix} 612.2 \sin(\omega t + \theta - 10.1^\circ) \\ 244.7 \sin(\omega t + \theta - 13.0^\circ) \end{pmatrix}$$

3 に対しては、附録(2.3)式より求められ、正弦波のほかに直流分が加わる。

$[\varphi_3(t)]$ の定常項 $= \begin{pmatrix} i_3 \\ v_3 \end{pmatrix}$ の定常項

$$= \begin{pmatrix} 333.6 \sin(\omega t + \theta - 2.7^\circ) + 117.3 \\ 33.11 \sin(\omega t + \theta - 7.6^\circ) - 1.464 \end{pmatrix}$$

まず、3つの回路状態の定常項を、それぞれが占めそうな位相角に対して画くと、1.1-21図の定常項と示した細線のようにになる。また、電圧波形のグラフには20kVの位置に横軸に平行に鎖線を引いておく。まだ、転移する位相角がわからないので図の縦線附近では定常項のグラフが重なって画かれている。

つぎに3つの回路状態の解の過渡項の定数 α 、 β を算出するとつぎのようになる。

第1, 1' 回路状態, $\alpha = -6157$, $\beta = 4160$

第3回路状態, $\alpha = -2701$, $\beta = j2842$

第3回路状態では振動するので ϵ^{-2701t} で減衰するが、第1, 1'回路状態では $\epsilon^{(\alpha+\beta)t} = \epsilon^{-1007t}$ の項が含まれるので減衰がよりおそくなる。しかも第3回路状態の期間の方が長いと予想されるので、この終期には過渡項が消失していると仮定して図解を開始する。

さて、第3回路状態の電圧 $2v$ が $V-I$ 特性の折れ曲る点 $2V_0$ まで下ったときに第1'回路状態に移行する。この例では20kVである。そこで $2v_3$ の定常項が20kVになる位相角、すなわち前の式の右辺の下要素が10に等しくなる位相角を計算で求めると 164.6° となる。この位相角で第1'回路状態に移行すると仮定する。

まず $\theta = 164.6^\circ$ として第1'回路状態の解を求める。初期値はつぎのようになる。

$$\begin{pmatrix} i_{1'}^{+0} \\ v_{1'}^{+0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{1'}^{-0} \\ v_{1'}^{-0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 333.6 \sin 161.9^\circ + 117.3 \\ V_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 247.9 \\ 10.0 \end{pmatrix}$$

(1.1.21)

ゆえに、つぎの式で数値計算をおこなう。

$$\begin{pmatrix} i_1' \\ v_1' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_{111} \\ \varphi_{121} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \chi_{111} & \chi_{112} \\ \chi_{121} & \chi_{122} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1'^{-0} \\ V_0 \end{pmatrix} \quad (1.1.2.2)$$

その結果、つぎの解を得る。

$$\begin{aligned} i_1'(t) &= 61.2.2 \{ \sin(\omega t + 15.4.5^\circ) \\ &\quad - \varepsilon^{-6.187t} (0.0245 \cosh 4160t + 0.00074 \sinh 4160t) \} \\ v_1'(t) &= 24.47 \{ \sin(\omega t + 15.1.6) \\ &\quad - \varepsilon^{-6.187t} (0.0669 \cosh 4160t + 0.0285 \sinh 4160t) \} \end{aligned}$$

これを図示すれば 1.1 - 21 図⑥の区間 1' に示したようになる。

つぎに、

$$i_1(t) = 0$$

になるとこの回路状態が終了する、このときの位相角はつぎの半波の 9.6° であるから電源電圧の極性が逆転している。さらに電圧波形のグラフの 1' の終期で負荷電圧（太線）が電源電圧（点線）より小さいので、反対側の整流管が導通状態によって第 1 回路状態に移行する。

よって、 $\theta = 9.6^\circ$ として前の 1.1 - 20 図を得たときと同じ方法で第 1 回路状態の解を求めることができる。ただし初期値は

$$\begin{pmatrix} i_1^{+0} \\ v_1^{+0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ v_1'^{-0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ v_1' \text{の終期値} \end{pmatrix} \quad (1.1.2.3)$$

である。この計算結果はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} i_1(t) &= 61.2.2 \{ \sin(\omega t - 0.5^\circ) \\ &\quad + \varepsilon^{-6.187t} (0.0087 \cosh 4160t - 0.0487 \sinh 4160t) \} \\ v_1(t) &= 24.47 \{ \sin(\omega t - 3.4^\circ) \\ &\quad + \varepsilon^{-6.187t} (0.1125 \cosh 4160t - 0.0723 \sinh 4160t) \} \end{aligned}$$

これを図示すれば 1.1 - 21 図⑥の区間 1 に示したようになる。

ここで、 $2v_1$ が 20 kV まで上昇するとつぎの第 3 回路状態に移行する。

このときの位相角は計算によって 37.6° と求められる。

第3回路状態の初期値はつぎのようになる。

$$\begin{pmatrix} i_3^{+0} \\ v_3^{+0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_3^{-0} \\ v_3^{-0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1(t) \text{の終期値} \\ V_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 293.1 \\ 10 \end{pmatrix} \quad (1.1.24)$$

よって、つぎの式によって数値計算をおこなう。

$$\begin{pmatrix} i_3 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_{311} \\ \varphi_{321} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \chi_{111} & \chi_{112} \\ \chi_{121} & \chi_{122} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_3^{-0} \\ V_0 \end{pmatrix} \quad (1.1.25)$$

その結果はつぎのようである。

$$\begin{aligned} i_3(t) &= 117.3 + 333.6 \{ \sin(\omega t + 35.1^\circ) \\ &\quad - e^{-2701t} (0.1134 \cos 2842t + 0.0027 \sin 2842t) \} \\ v_3(t) &= -2.927 + 3.311 \{ \sin(\omega t + 30.0^\circ) \\ &\quad - e^{-2701t} (0.1096 \cos 2842t - 0.0369 \sin 2842t) \} \end{aligned}$$

これを図示すれば区間3に示したようになる。この区間では過渡項が早く消失するので、最初の仮定が適当であったことがわかる。

以上のようにして、1回の計算で解を求めることができた。

〔計算例⑦〕

前の計算例よりもさらに電流が少なくなって $V-I$ 特性の飽和が大きくなる場合の1例について計算をおこなう。

60 kVp, 100 mA のときの諸定数はつぎのようである。

$$L = 36.0 \text{ H}, \quad C = 2170 \text{ pF}, \quad R_2 = 25.7 \text{ k}\Omega,$$

$$E = 33.52 \text{ kV}, \quad (1 \text{ 次電圧 } 99 \text{ V}),$$

$$S = 68 \text{ mA}, \quad V_0 = 5.080 \text{ kV},$$

$$R_1 = 130 \text{ k}\Omega (1, 1'), \quad 1 \text{ M}\Omega (3)$$

前例と同様な方法で、第1'回路状態から計算する。

第1'回路状態 …… $\theta = 170.0^\circ$, $i_1^{-0} = 4.488 \text{ mA}$, $v_1^{-0} = 5.080 \text{ kV}$

$$\begin{aligned} i_1 &= 516.2 \{ \sin(\omega t - 163.4^\circ) \\ &\quad - e^{-3898t} (0.1986 \cos 1619t + 0.01092 \sin 1619t) \} \end{aligned}$$

$$v_1 = 25.05 \{ \sin(\omega t - 16.0^\circ) - e^{-3896t} (0.1357 \cos 1619t + 0.4874 \sin 1619t) \}$$

第1回路状態 …… $\theta = 6.6^\circ$, $v_1^{-0} = 1.398 \text{ kV}$

$$i_1 = 516.2 (\sin \omega t - 0.00882 e^{-3896t} \sin 1619t)$$

$$v_1 = 25.05 \{ \sin(\omega t - 3.2^\circ) + e^{-3896t} (0.1116 \cos 1619t - 0.1938 \sin 1619t) \}$$

第3回路状態 …… $\theta = 21.1^\circ$, $i_3^{-0} = 129.3 \text{ mA}$, $v_3^{-0} = 5.080 \text{ kV}$

$$i_3 = 56.96 + 72.44 \{ \sin(\omega t + 40.7^\circ) + e^{-316.4t} (0.3459 \cos 3578t + 0.4022 \sin 3578t) \}$$

$$v_3 = -1.464 + 32.14 \{ \sin(\omega t + 18.5^\circ) - e^{-316.4t} (0.1144 \cos 3578t - 0.1425 \sin 3578t) \}$$

これを図示すれば1.1-21図⑦のようになる。第3回路状態の終期において過渡項が消失するので、1回の計算で求める解を得ることができた。

1.1.4.3 理論による波形と実測波形との比較

1.1-21図において、計算で求めた波形と測定結果とを比較してみる。

(1) kVp 値、mA 平均値は1.1-8表のようになり、5%以内で一致している。

1.1-8 表

計算例	⑥	⑦
実 測 値	60 kVp 300 mA	60 kVp 100 mA
理 論 値	57.9 kVp 312 mA	61.3 kVp 103 mA

(2) 計算で求めた波形は実測波形のひずみをあらわしているが充分ではない。計算例⑥においては、X線管のフィラメントを交流で加熱するために生ずる管電流のひずみが現れている。この現象は本多一中堀氏によって理論的ならびに実験的に検討されている。⁽⁶⁾ それによれば、フィラメント電流の位相おくれと、発熱のおくれのために、管電圧のピークよりもあとで

フィラメントの温度が極大になり理論値よりも大きな電流が流れる。反対に、ピークも含めてこれよりも前では理論値よりも少くなる。この効果はフィラメント電流が大きいほど (kVp 小, mA 大) 顕著になる。

(3) 計算曲線において、ピーク値附近で過渡項が減衰しているので、定常項だけからピーク値を求めることができる。しかし、フィラメント交流加熱の効果が顕著になる時は、ピークにおける電圧降下が理論値よりも少くなるので、 kVp が大きくなると予想される。

(4) 計算例⑦の1'回路状態において、電流波形に突起がみられるが、これは $V-I$ 特性を近似した折線の曲るところで出ている。実測波形においてはこの突起が小さい。折線の数を増加せしめれば実測波形に近ずくと推定できる。

(5) 計算例⑦において、第3回路状態において自由振動が顕著に現れている。1.1.2.4 (4)で減衰振動の等価抵抗が $V-I$ 特性の先端における $\Delta V / \Delta I$ になることを実論的に導いたが、これを理論的に解明することができた。

以上の結果、 $V-I$ 特性を折線で近似する解析法によって、波形を解析してもよいと推定される。

1.1.5 単相装置の管電圧図表⁽¹³⁾

主変圧器の1次電圧 ($P.V.$) と X線管電流 (mA) から、X線管電圧 (kVp) を求めるのに、各装置に附属している管電圧図表を使用するが、従来は、管電流 (平均値) と電圧降下が正比例すると考えて、無負荷の線 (巻数比より算出) と $mA = \text{const}$ の線を平行にひいて、その間隔を変圧器の短絡試験によって割り出していた。この方法で、実験に使用した装置の図表を作ると 1.1-22 図のようになる。

ところが球ギャップで較正するようになってからは、 mA が大きくなると電圧降下が大きくなって間隔がだんだん広くなること、特に下の方 (kVp の小さいとき) では平行でなくなって開いてくると言う一般的傾向があることがわかり、この点が長い間問題になっていた。⁽³⁹⁾ kVp は、X線の線質を決定する重要な因子であるから、これを正確にする必要があ

る。筆者は上述の等価回路でこの問題点を解明することができた。

1.1.5.1 抵抗負荷のとき

ピーク値の付近では、第1回路状態であるから、電圧波形は(1.1.10)式の v_1 であらわされるが、ここでは、管電流が100mA以上の場合を問題にするので、過渡項は減衰して消失しているとみなす。よって定常項の振巾として附録(1.1.2)式の V を計算すればよい、この計算結果と球ギャップによる測定結果を1.1-23図に示したが実験誤差内で一致している。

1.1.5.2 X線管負荷のとき

1.1-21図に示したように、折線近似をおこなったときの第3回路状態では、ピーク付近で過渡項が消失しているとみなして $2v_3$ の定常項だけを考える。これは附録(2.2)(2.3)式によってつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \text{kVp値} &= 2(V + V_s) \\ V_s &= -S_z x / \left(\frac{2x}{y} + 1 \right) \end{aligned} \quad (1.1.26)$$

この計算結果を1.1-24図の実線で示した。同図に、球ギャップによる測定結果を点で示した。実測値の方が電圧降下が少く、その差は、300mA以下では2kV以内で実用上さしつかえないが、500mAでは10kVpに達する。これは、1.1.4.3(2)でのべたフィラメントの交流加熱の効果によるものであると考えれば、mAが大きいときに著しくなることを説明できる。しかし、これによって、下の方で開くと云う一般的な傾向を、理論的に解明することができた。つぎに、実測値と、従来の方法で作成した図表(1.1-22図)と比較すると、60kVpで300mA以下では、古い方が電圧降下が大きくなっており、400mAで一致する。mAが大きく、kVpが低くなると実際の電圧降下が大きくなって下が開く。従来の図表を使うと、この範囲では、kVpが相当低くなっていたことがわかる。

この現象は、管電流のピーク値[mAp]を考えれば定性的に説明される。すなわち、mAが大きく、kVpが低いほど $V-I$ 特性が直線に近づくのでmAp/mAの比が大きくなる(1.1-13図)。管電圧のピークにおいて管電流もピークになっているので、mApが大きいほど電圧降下が大き

くなって下の方が開く。古い図表は、管電圧と管電流が正弦波であるとして作成されたので、 mA_p/mA は1.57である。これよりもmAが小さく、 kV_p が大きければ、管電流が飽和するので、正弦波のときの mA_p より小さくなって、電圧降下が減少する。このように、 mA_p を考えることは、写真効果の点でも必要である。(2.3.2)

この他に、管電流が数mAのときの kV_p が、無負荷時よりも上昇する原因も不明であったが、1.1.3の例⑥ですでに説明された。

1.1.6 結 論

本章において、筆者は、まず、単相全波整流型X線装置の高電圧回路の定常状態の波形を測定して、X線管のかわりに抵抗を接続したときの波形と比較した。つぎに、「第3類断続回路解析法」によって、装置の等価回路の解析をおこなって波形を理論的に求め、実測波形との一致の程度を調べた。この解析で、回路状態の転移点の位相角と初期値を同時にきめることができたので、これらの値を回路状態の解に代入した。最後に、X線の線質とX線写真の効果に大きな影響を与える kV_p の値を、理論と実験によって検討した。 kV_p は、管電圧図表によって求められている。これらの研究の結果として、つぎのことをあきらかにした。

(1) 高電圧発生装置の等価回路

1.1-6, 1.1-7図のような集中定数回路として取扱ってもよい。

(2) X線管の等価回路

X線管の $V-I$ 特性を折線で近似すれば実測波形に近づくが、解析法が複雑になるのでつぎのように簡単にすることができる。

(I) 回路状態の変化をみるときは、 V/I をとればよい。第2回路状態があれば、先端だけを用いることになるので、その中点における V/I をとればよい。

(II) 減衰振動(自由振動)は、 $V-I$ 特性の先端の方の傾斜 $\Delta V/\Delta I$ できまる。

(3) 定常状態における管電圧・中性点電流波形の特長

(I) 波形は、 $V-I$ 特性にしたがってひずむので、電圧波形の方が電流

波形よりもとがる。さらに、フィラメントを交流で加熱するために管電流波形がひずむので、電圧波形もひずむ。

(Ⅲ) 自由振動は、電流波形で顕著にあらわれるが、電圧波形にはほとんど現れないので、回路状態の変化点における異常電圧は考慮しなくてよい。

(Ⅳ) 自由振動は $\Delta V / \Delta I$ が大きいほど顕著であり、ある値以下では発生しない。自由振動については、1.2 章で詳細にのべる。

(Ⅴ) 等価抵抗 V/I が大きくなると、直流側の静電容量のために管電圧が平滑化されて定電圧波形に近づく。電流 i が電源電圧の極性変わる前に 0 になる時に、この現象が起る。

(4) 管電圧図表

$V-I$ 特性を折線で近似して、先端の方（第3回路状態）の定常項だけを考えれば理論的に求められる。この値は、300mA以下のときは、実測値と一致する。kVp が低く、mA が大きな範囲では、理論値の方が電圧降下が大きくなる。これは、フィラメントを交流で加熱することの影響である。

従来の方で作成した管電圧図表は、電圧、電流波形を正弦波とみなしていたので、 $V-I$ 特性が飽和する範囲（mA, kVp 大）では電圧降下が大き過ぎた。逆に mA が大きくて kVp が小さい範囲では小さ過ぎて、等 mA 曲線が下の方で開くことを説明できなかったが、筆者は $V-I$ 特性と mA ピーク値を考えて、この現象を定量的に説明することができた。

この結果、kVp 値を、従来よりもはるかに正確にすることができるようになった。

管電流が少いときの kVp が無負荷時よりもわずかに上昇することがあるが、この現象は自由振動によるものであることが解明された。

1.2 章 単相全波整流型 X 線装置の 閉路時の過渡現象と異常電圧

1.2.1 緒 論

近来 X 線装置の定格上昇と小型化の要求に伴って、絶縁余裕を少く設計するようになってから、高電圧回路の絶縁破壊現象や、整流管、X 線管に異常放電が生ずる故障がしばしば発生するようになった。しかし、この原因が、装置、管球の絶縁耐力の不足であるのか異常電圧であるのか、あるいは、その他の原因であるのか不明であった。

筆者は、1.1 章でのべたようにして、高電圧回路の波形を測定して、これらの故障の原因が、閉路時に発生する異常電圧であることを見出して、この現象を、1.1 章で解析した結果から理論的に解析して、その防止法を確立させることができた。さらに、電子管開閉方式の装置に特有な異常電圧の防止法も確立させた。

この種の異常電圧は、絶縁破壊をひきおこすだけでなく、X 線の線質を硬くするので写真効果にも影響をおよぼすことを、あわせて究明したが、これについては 2.4 章でのべる。

従来の装置では、絶縁の余裕を充分にみこんで設計されていたので絶縁破壊の問題がおこらなかったものと思われる。あるいはこの異常電圧は mA の少いときに発生するが、従来は、低圧大電流撮影をおこなっていたので、これが発生しなかったと云うことも考えられる。最近では、高圧小電流撮影もおこなわれるので、この異常電圧が問題になってきた。

本章では、主として異常電圧に関してのべる

1.2.2 波形の測定結果

1.2.2.1 X 線管負荷のとき

1.1 章で使用した装置について、閉路時の過渡現象の波形の測定結果の代表例を示す。この図によってつぎのことがわかる。

(1) 閉路位相と異常電圧の大きさ

1.2-1 図は、閉路位相をかえたときの波形で、電圧のピークの付近で閉路したときに、異常電圧が最大であることがわかる。以下の図では、いづれも管電圧のピーク付近で閉路したときの波形を示す。

(2) kVp, mA と異常電圧の大きさ

1.2-2 図は、60kVpを一定にして、mAを変えたときの波形である。mAが少ないときは異常電圧が大きく、mAが増すにしたがって、小さくなり、一定値をこえると全然発生しなくなる。これは、定常状態の波形の減衰振動（自由振動）と同じ性質で、同じ範囲で発生する。よって、mAが一定ならば、kVpが高いほど異常電圧が発生しやすいことが推定される。

(3) 変圧器中性点電流波形の過渡現象

mAが少ないときは、閉路時にケーブルの充電電流が流れて、定常状態の値の何倍にも達することがある。（1.2.2 図 e)(f)）

(4) X線管の $V-I$ 特性

$V-I$ 特性と、管電圧、管電流の波形を 1.2-3 図に示す。閉路時には、定常状態のときよりも管電流が流れにくくてわずかながら dead zone がみられる。

(5) 過渡現象の期間

一般に、2 番目の半波で定常状態に達する。

(6) 第 2 回路状態・・・直流側静電容量によって管電圧が平滑化される期間

ケーブルがあって mA が少いときにこの状態が生ずることは、定常状態の時と同じである。1.2-4 図では、管電圧と変圧器の端子電圧と比較してあるが、管電圧の方が大きいときが第 2 回路状態である。これによって、異常電圧（振動）のピークを越えた直後に第 2 回路状態になることがわかる。(d) 図では変圧器の端子電圧が振動しているために、第 1, 第 2 回路状態をくり返して、管電圧に段が生じている。1.2-6 図の計算例②でもこのようになっている。

1.2.2.2 抵抗負荷のとき

抵抗負荷の場合も、X線管と同じことが云える。ただ、 $V-I$ 特性が直

線になるので理論的考察が簡単になる。1.2 - 5 図に測定結果の代表例を示す。

異常電圧の様子に着目して、X線管等価抵抗値を求めると、定常状態の減衰振動（1.1.2.4）のときと同じく、これは $V-I$ 特性の先端の $\Delta V/\Delta I$ に相当していることがわかる。 V/I ではないことに注意を要する。

以上の実験結果は、いずれもつぎの 1.2.3 で理論的に確認される。

1.2.3 自由振動と異常電圧の算定図表 (14)

1.2.3.1 抵抗負荷のときの波形の解析

閉路時の回路状態は、最初は、かならず第1回路状態で、初期値 v_1^0 ， i_1^0 がともに0であるから、変圧器中性点電流と管電圧はつぎのようになる。

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ v_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_1(t) \\ \varphi_{12}(t) \end{pmatrix} E \begin{pmatrix} \varphi_{11} \\ \varphi_{12} \end{pmatrix}$$

ここで、 φ_{11} ， φ_{12} は附録（1.9）式と同じである。

この状態は $i_1=0$ で終るが、つぎは 1.1.3. にのべた条件にしたがって、第1，第2いずれかの回路状態に移行する。このようにして、（1.1.10）（1.1.15）式の状態をくり返して定常状態に達する。

この計算例を 1.2 - 6 図に示した。①は自由振動が発生しない場合の例で、異常電圧が発生しない。②は振動が発生する場合の例で、閉路時の管電圧は定常状態の kVp の 1.6 倍になる。いずれも、つぎの半波で定常状態になる。②では変圧器端子電圧の振動が大きいので 1 と 2 をくりかえす。

計算結果と実測波形とは類似しているが、おもな数値を比較すると、1.2 - 1 表のようである。管電圧では実測値が高いが実験誤差内である。一方電流では、実測の方が小さくなっているが、このために電圧のピーク値が高くなるとも考えられる。以上の結果、回路定数が異なるときでも、上述の理論によって、閉路時の過渡現象の波形を解析してよいと推定することができる。

1.2 - 1 表

図 の 番 号	①		②	
負 荷 抵 抗 R_1	100 k Ω		2 M Ω	
	理 論	実 測	理 論	実 測
閉路時の kVp	37.3	36	95.8	97
定常状態の kVp との比	0.915	0.900	1.60	1.64
閉路時の mA ピーク値	368	330	221	200

1.2.3.2 自由振動の特性を判別する図表

1.1 章の第 1, 第 3 回路状態の過渡項は, いずれも

$$e^{\alpha t} \cosh \beta t, e^{\alpha t} \sinh \beta t / \beta$$

であらわされるが, $\beta^2 \geq 0$ のときは (1.1.11) (1.1.12) 式よりわかるように

$$0 > \alpha, |\alpha| > |\beta|$$

であるから, これらの項は指数関数で減衰する。しかし $\beta^2 < 0$ のときは, 上の 2 つの項はそれぞれ

$$e^{\alpha t} \cos \beta' t, e^{\alpha t} \sin \beta' t / \beta' (\beta' = j\beta)$$

となるので, 自由振動が発生して, その振幅が減衰する。この振動が, 以後にのべる各種の異常電圧の原因になる。そこで, まず, 自由振動の性質を判別する図表を作成する。

(1.1.11) 式の α は減衰の早さ, (1.1.12) 式の β^2 は振動数に関係するが, α/ν , β^2/ν^2 をパラメータとして, 1.2-9 図のように, x, y で表現しておけば, (ν, z, x, y) の組合わせに対して, 自由振動の発生の有無と特性を簡単に知ることができる。これは (L, C, R_2, R_1) で直接表すよりも一般的である。 ν, z, x, y への変換は (1.1.7) (1.1.8) 式に示されている。実際の装置では x が 0.1 の order であるから, 負荷 R_1 を増加させていくと, 点 (x, y) は非振動範囲から振動範囲に入り, 振動数は自然振動数に近づき, 減衰がおそくなって異常電圧のピーク値が高くなる。X 線管負荷のときに mA が少く kVp が高いほど, 閉路時異常電圧が

高くなるのも同じ現象である。

1.2 - 9 図の $(\beta/\nu)^2$ のかわりに自由振動と自然振動の振動数の比 β'/ν をとり、 α/ν のかわりに

$$m = \frac{-1}{2\pi(\alpha/\nu)} \quad (1.2.1)$$

をとれば、 m は減衰の時定数が自然振動の何周期にあたるかを表す数であるから、振動の特性を考えるのに便利である。その上で、 x, y をそれぞれ対数目盛にして、1.2 - 10 図のような判別図表を作成した。

1.2.3.3 閉路時の異常電圧の算定図表

附録 (1.9) 式の φ_{121} の過渡項の (+) 側の最初のピーク値が異常電圧になるので、つぎの量を考える。

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\text{過渡項の(+側)の最初のピーク値}}{\text{定常項の振幅}} \\ &= \varepsilon \frac{\alpha\delta}{\beta'} \sqrt{\sin^2(\theta - \varphi) + \frac{1}{\beta'^2} \{ \omega \cos(\theta - \varphi) - \alpha \sin(\theta - \varphi) \}^2} \\ \delta &= \pi + \tan^{-1} \frac{\omega \cos(\theta - \varphi) - \alpha \sin(\theta - \varphi)}{\beta' \sin(\theta - \varphi)} \end{aligned} \quad (1.2.2)$$

この γ は 1.2 - 7 図に示されるような値である。

ここで装置の回路定数を考慮すると、1.2 - 8 図の計算例に示すように、電源電圧のピーク付近で閉路したときに、 γ が最大になることがわかる。

そこで、回路定数を考慮して

$$\theta - \varphi = \pi/2, \quad \beta' = \nu, \quad t = \pi/\nu, \quad \delta = \pi$$

として前項の m を用いると、 γ は m だけであらわされる。

$$\gamma = \varepsilon^{-\frac{1}{2m}} \sqrt{1 + (1/2\pi m)^2} \quad (1.2.3)$$

この関係は 1.2 - 11 図のようになる。

よって、1.2 - 10 図から m を求めて、1.2 - 11 図から γ を求めれば、異常電圧の最大値を算定することができる。この γ は 1 より小さいので、

閉路時異常電圧が発生しても，定常状態の kV_p の 2 倍を越えることはない。
この近似式による誤差は， $\gamma > 0.5$ の範囲で -5% 以内である。

1.2.3.4 抵抗負荷のときの理論値と実測値との比較

自由振動の特性と異常電圧のピーク値のみに着目して，実験結果との比較をおこなう。

(1) 振動の発生する範囲

定常状態の電流 i の波形，閉路時の電圧，電流の波形より求めた振動の発生する範囲と，理論値を比較すると 1.2 - 2 表のようになる。両者は測定誤差内で一致している。

1.2 - 2 表

1 次電圧 90V のときの，自由振動が生ずるための R_1 の最低値

ケーブルの容量	実験値 [$k\Omega$]	理論値 [$k\Omega$]
なし	220 ± 20	220
370 pF	200 ± 20	190
1520 pF	140 ± 20	130

(2) 振 動 数

β/ν が 99% 以上で，しかも第 1 回状態が持続するような R_1 をえらんで，中性点電流波形から振動数を求め，自然振動数の理論値と比較したが，1.2 - 1 2 図(a)のように，両者は一致している。この図では，縦軸に電源周波数との比をとった。横軸に 1 次電圧をとったのは，1 次電圧がかわれば L が変化するので，自然振動数も変化するからである。

(3) 減衰の時定数

(1.2.1) 式の m の理論値と，波形から概算した値を 1.2 - 1 2 図(b)に示すが，波形から m を求めるときの実験誤差は $\pm 20\%$ 程度であるから，両者は誤差内で一致している。

(4) 異常電圧の大きさ

1 次電圧 90V で，管電圧のピーク値附近で閉路したときの γ の理論値と実測値を 1.2 - 1 3 図に比較した。実測値の方が高くなるが，差は測定誤

誤差 0.05 以内である。

以上の結果，抵抗負荷の場合には，1.2-10 図および 1.2-11 図によって，自由振動の特性と異常電圧の大きさを算定してもよいと推定することができる。

1.2.3.5 X線管負荷のときの異常電圧の算定法

まず，X線の $V-I$ 特性を5本の折線で近似せしめて，アナログコンピュータで異常電圧のピーク値を求めた結果を1.2-15図の実線で示す。つぎに，X線管の $V-I$ 特性の傾斜 $\Delta V/\Delta I$ は電圧とともに大になって，或る電圧 $2V_0$ を越えると自由振動発生条件内に入るならば(1.2-14図)， $2V_0$ より上の管電圧範囲で異常電圧が発生すると考えてよい。そこで，この範囲における等価抵抗値 R_0 によって，1.2-10図，1.2-11図から r を求めて

$$r_s = \left(1 - \frac{V_0}{V_s}\right) r \quad (1.2.4)$$

とすれば，X線管負荷のときの異常電圧を概算することができると推定される。軽負荷のときには， $V-I$ 特性の原点附近で振動範囲内に入るが，特性曲線の大部分をしめる飽和部分の $\Delta V/\Delta I$ をとる方が合理的である。

この方法で計算した値を1.2-15図の点線で示す。実線より下にくるが，その差は，僅小であるからこのようにして概算すれば実用上充分であることがわかる。mAの小さいところでは，実測値が理論値よりも上になり実験誤差0.05(3kV)を上廻るが0.1以内である。したがって，絶縁破壊の問題を検討するとき，理論値より0.1だけ多く見積っておけば安全である。このように，異常電圧の理論値が，mAの小さい場合に，一般に実測値を下廻るのは，測定誤差のほか，(1.2.2)式を(1.2.3)式で近似したことによる誤差も含まれるからである。さらに，閉路時には定常状態のときよりも管電流が流れにくいことも(1.2-3図)，この原因の一つである。

1.2.4 閉路時の異常電圧の防止方法⁽¹²⁾⁽⁵⁾

以上の実験と理論によって、閉路時の異常電圧の防止法としてつぎの2つが考えられる。

- (i) 閉路位相角を 0° に近づけること。
- (ii) 直列抵抗を挿入して、自由振動の減衰を早めること。

回路定数 L 、 C を大巾にかえることは考えない。

1.2.4.1 閉路位相角を 0° 附近にする方法

- (1) インパルスタイマ⁽⁴¹⁾を使う方法

同期電動機でローラーをまわして、ローラー上の接点の位置を調整して、閉、開路位相を調整する装置であるが、大型になるので用いられていない。

- (2) 閉路位相調整装置⁽⁴²⁾を用いる方法

従来は、開閉位相を 0 附近にするのは、管電流を半サイクルの整数倍だけ流して mAs の再現性をよくするためであると考えられていたので、高級な装置においてのみ位相調整がおこなわれていた。筆者は、閉路時異常電圧防止の見地から、閉路位相を 0 にする必要性を見出したので、その後は、全装置について閉路位相の調整をおこなうようにした。この結果、頻発していた絶縁破壊事故がまったく無くなったので、事故の原因はこの点にあったと考えてよい。

1.2.4.2 直列抵抗で吸収する方法

1.2-10図によれば、直列抵抗 R_z を増加させると $x(=R_z/Z)$ が増加するので m が減少して、 γ が減少することがわかる。1.2-16図に x と γ_s の関係を示す。この場合も、理論値が実測値によくはてあまる。つぎに、 125kVp で γ_s を 0.2 以内に押えるような1次側の直列抵抗の実験値は1.2-3表のようになる。そのときの1次電圧の増加分は、同表に示したようにそれぞれの mA に対しては僅少であるが、この抵抗のまゝで 500mA を流すわけにはいかないので撮影条件にしたがって切換えねばならない。そ

の一つとして、1.2-17図のような方法を考案した。⁽⁴³⁾ この装置は各 mA に対して 1 次電圧の降下分を補償して kVp を直続する方式⁽⁷⁾であって、補償巻線のタップが mA によって切換えられるので、それぞれのタップに直列に、適当な抵抗を挿入すればよい。このほかに、直列抵抗値を何段かにわけて減少させる方法も実施されている。⁽⁴⁴⁾ この方法は、3 極 X 線を使用する装置で、はじめに X 線管陽極電圧を印加するときに用いられている。

1.2-3 表

撮影条件, 125 kVp のときの管電流 〔mA〕	$r_s < 0.2$ にするための 1 次側の抵抗増加分 〔 Ω 〕	同 左 1 次電圧増加分 〔V〕
0	1	0
10	0.9	2.7
20	0.8	4.8
50	0.7	10.5
100	0.4	12.0

1.2.5 電子管開閉器を使用する装置の異常電圧 ^{(16) (17) (18)}

近来、診断用 X 線装置においては、短時間・大電流撮影が要望されており、他方、心臓カテーテル診断法などの発達にともなって、高速度連続撮影技術が開発されている。このために、X 線の開閉方式に関しても、従来のように高電圧回路の低圧側を電磁開閉器のような機械的接点によって開閉する方式では、精度・再現性の点で不十分になってきたので、これにかわるものとして、電子管式開閉方式が開発された。その方式には、つぎの 2 種類がある。

- (1) 高電圧回路の低電圧 1 次側回路に、格子あるいは点弧子のついた大容量放電管を逆並列に接続して、X 線管電流を開閉する方法（以下これを電子管開閉器と呼ぶ）
- (2) 高電圧側に 3 極 X 線管を使用し、格子電圧を制御することによって、X 線管電流を開閉する方法

これらの方式の採用によって、X線のバク射時間は、従来の電磁開閉器による方法よりも正確で、再現性も良好になるが、その反面、電磁開閉器で開閉する場合にはみられなかった異常電圧が発生する。

ここでは(1)の異常電圧についてのべる。(2)については、1.5.3でのべる。

1.2.5.1 回路状態と波形

電子管開閉器を使用したときの主回路を1.2-18図に示す。高電圧変圧器より左側が低圧側、右側が高圧側である。

この場合も、今迄に解析したのと同じ回路状態を考えればよい。すなわち、電子管、整流管が導通状態のときは、第1または第3回路状態で、ケーブルによって管電圧が平滑化されておれば第2回路状態である。回路状態の変化の様子としては、1.2-19図のような場合が考えられる。図において、曲線a, b, cはそれぞれ第2回路状態のX線管電圧を示し、 θ_1 は放電管の点弧角である。電磁開閉器を使用する場合には、電源電圧と管電圧がひとしくなる点A, B, Cで第1回路状態にうつりかわるので異常電圧は発生しない。しかし、電子管開閉器の場合には、点弧角 θ_1 になるまで電源電圧が高電圧整流管に加わらないので、b, c曲線の場合にはB', C'まで第2回路状態がつづく、そこでcの場合には、半サイクルごとに、閉路時の異常電圧が発生する。bの場合にもB'Dの電圧飛躍があるので異常電圧が発生する。a, b, c それぞれの場合に相当する実測波形を1.2-20図の(a) (b) (c)に示した。ただし、この実験に用いた装置は今までの実験に用いた装置とは異なる。これらは、電子管開閉器に特有な異常電圧である。自由振動の発生しないときには、(d)図のように異常電圧が発生しない。

1.2.5.2 異常電圧の防止方法⁽¹⁷⁾

1.2.4と同じく、点弧位相角を 0° に近づける方法と、直列抵抗による方法が考えられる。後者については、1.2.4.2と同じことであるから点弧角の選定方法についてのべる⁽⁴⁵⁾。

電子管の開閉器のように、放電管を逆並列に接続して交流電力を開閉する装置では、点弧角を、定常状態の電流が0になるような位相角 ϕ から

10°ほどおくらせるのが最適であることはよく知られている。

ϕ は(kVp/mA)の比が小さいほど大きくなり、測定結果によればこの装置の ϕ は35kVp,400mAに対50°であるが、125kVp,10mAに対しては0°である。ゆえに、つねに最適点弧角で点弧させるためには、撮影条件(kVp,mA)の切り換え器と連動させて点弧角を切り換えねばならないが、これは装置を複雑にするので、もっともおくれる場合に合わせておくのが普通である。筆者の開発した電子管開閉器⁽¹⁵⁾では、広範な撮影条件をカバーするために、X線管電力の小さな場合には、大形のサイラトロンを逆並列にして負荷電流を格子制御し、電力の大きい場合には、このサイラトロンでイグナイトロンを、陽極点弧法によって点弧するように切り換えている。このための切り換え器(自動的に切り換えるために継電器をもちいる)の段数を1個追加して、点弧角も切り換えれば効果的である。これを1.2-21図に示す。この装置においては、管電流が200mA以上の時イグナイトロンIGW-1を使用する。このときの点弧角を60°にするが、この場合は自由振動が発生しないか、または、発生しても減衰が早いので管電圧のピーク値を越えない。(1.2-22図(c)(d))イグナイトロンを失弧させないためにもこの程度の点弧角が必要である。管電流100mA以下ではサイラトロン6G45を使用する。この範囲は自由振動の発生条件内に入るが、点弧角を30°以下にすることができるので、異常電圧は管電圧のピーク値を越えない(1.2-22図(a)(b))。サイラトロンでは点弧角を小さくしても失弧しないので都合がよい。このようにして、電子管開閉器を使用する装置に特有な異常電圧を防止することができた。

1.2.6 結 論

本章において、筆者は、単相全波整流型装置について、閉路時の過渡現象の波形を測定して、閉路時に異常電圧が発生していることを見出した。つぎに、1.1章の理論によって波形の解析をおこなって実測結果と比較した。その結果、異常電圧の性質をあきらかにすることができたので、その当時、頻ばんに発生していた絶縁破壊事故の原因が異常電圧によるもので

あることが確められて、その防止対策を確立させることができた。本章の結論として、つぎのことが云える。

- (1) 閉路時の異常電圧は、回路状態の変化に伴って発生する自由振動である
- (2) これは、1.1章でのべた自由振動と同じものであるから、X線管の $V-I$ 特性の傾斜 $R_i = \Delta V / \Delta I$ によって特性がきめられる。
- (3) その特性は、1.2-10図によって、回路定数から判別することができる。これによれば R_i が大きいほど(kVp高く、mA少いほど)減衰がおそいので、異常電圧が大きくなる。 R_i が一定値以下になると、振動が発生しなくなる
- (4) 異常電圧の大きさは、装置の回路定数と、X線管の $V-I$ 特性がわかれば、(1.1(7))(1.1.8)式の (ν, z, x, y) 、1.2-10図の m 、1.2-11図の γ 、(1.2.4)式の γ_s の順序にしたがって算定することができる。この理論値よりも実測値の方が0.1ほど多くなることがある。この理由は、閉路時には、定常状態のときよりも管電流が流れにくいことによる効果のほかに、近似式の誤差と測定誤差によるものである。

よって、絶縁破壊の問題に対しては、上の方法で算定した異常電圧に定常状態のkVpの10%を加えておけば安全である。

- (5) 防止対策として、つぎのような方法を検討して、良好な結果を得た。いずれも実用化されて、事故件数が皆無になった。現在は、どの装置でも(i)を採用している。

(i) 位相調整装置を使用して、電圧0の附近で閉路する。

(ii) 1次側に直列抵抗を挿入して吸収する。

(iii) 電子管開閉器において、軽負荷時と重負荷時とで電子管を切り換えるが、同時に点弧角を、軽負荷には 30° 以下にし、重負荷時には適当に遅らせるように切換える。

1.3 章 3 相全波整流型 X 線装置の

定常状態の波形と管電圧図表

1.3.1 緒 論

3 相全波整流型 X 線装置の主要回路を 1.3-1 図に示す。この方式は単相全波整流型よりも、管電圧波形が平滑に近くなるので、X 線の発生効率がよく、写真効果もよいので、低圧 (95kVp) の装置では、従来から好評であった。そこで、単相装置と同じく、定格上昇の要求が生じたが、高電圧回路に関して未知の問題が多かったので、高圧装置 (125kVp, 150kVp) の実現がおくれていた。

筆者は、この問題を解決するために、まず、高電圧回路の波形を測定して、従来から問題になっていた 3 相装置特有の奇生振動⁽³⁵⁾⁻⁽³⁷⁾があることと、単相装置と同じような閉路時の異常電圧の発生することを見出した。従来は、1.3-2 図のような単純な整流波形で考察されていたが、これとは著しく異った波形である。つぎに、「断続回路解析法」⁽¹⁰⁾で、これらの波形、および奇生振動を理論的に解析して、実測結果を説明することができた。この場合も第 3 類断続回路になるので回路状態の持続時間を決定せねばならない。筆者は各回路状態の解のうちで早く減衰する項を除いて近似的な解を図解によって求め、一周期の初期と終期の位相が一致するまでこの図解をくりかえして、初期値をも同時に求めた。回路状態の解を求める文字計算において、回路定数 L, C, R を (1.1.7) (1.1.8) 式で新しい定数に変換した結果、文字計算を著しく簡単にするとともに、自由振動の特性を簡単なグラフで表現した。

さらに、管電圧図表に関しては、従来の装置では、単相装置と同じく、誤った方法で作成されていた。しかし、本研究の結果、この問題も、理論的ならびに実験的に究明されて、kVp が従来よりも正確に表示されるようになった。

本章では、定常状態の諸問題についてのべる。閉路時異常電圧については、1.4 章でのべる。

1.3.2 波形の測定結果

1.3.2.1 実験に使用した装置の回路定数

1.3 - 1 図の主要回路の，フィラメント回路を除いた部分について，
1.3 - 3 図に示す個所の回路定数を，単相装置と同じ方法で測定した。ただし，3 相オートトランス，3 相高電圧変圧器の L を測定するときは，3 相電源を用いて同じ回路状態を 3 個作ってインピーダンス法を適用した。3 相の定数は，平衡していないが，解析を簡単にするために平均値をとって，3 相平衡の値とした。測定結果はつぎのとおりである。

$$\begin{aligned} r_1 &= 0.0141 \Omega, & r_2 &= 0.0468 \Omega, & r_3 &= 0.0442 \Omega, \\ r_i &= 285 \text{ k}\Omega, & L_i &= 1.883 \text{ H}, & C_i &= 510 \text{ pF} \\ n &= 16200/78, & m &= 1 \text{ 次電圧 [V]}/215 \end{aligned}$$

1 次電圧 [V]	80	119	157	196	234
2 L_2 [mA]	0.0367	0.0811	0.0952	0.0563	0.0228

その他， R_L, L_L, C_C, R_K は 1.1.2.1 の単相装置と同じ値である。

1.3 - 3 図の変圧器より左側を 1.3 - 4 図のように置きかえるには，つぎの式で合成せねばならない。

$$\left. \begin{aligned} R_i &= \left\{ m^2(R_L + 3r_1) + 3(m - m^2)r_2 \right. \\ &\quad \left. + 3r_3 \right\} m^2 + r_i \\ L &= (m^2 L_L + 2L_2) n^2 + L_i \\ e_i &= mn \times (\text{電源電圧}) \end{aligned} \right\}$$

これらの計算結果を 1.3 - 1 表に示す。このほかに

$$R_2 = R_i + R_K, \quad C = C_C + C_i$$

の値も使用するので並記しておく。

なお，3 相の定数の平均値からの誤差は， L, C_C で 3 % 以内， R_i, R_2 で 10 % 以内である。

1.3 - 1 表 等価回路の回路定数

(1) L, R_1, R_2

1次電圧 [V]	R_1 [k Ω]	R_2 [k Ω]	L [H]
80	9.45	11.0	21.1
119	10.0	11.5	24.1
157	10.7	12.2	25.5
196	11.4	12.9	25.2
234	12.1	13.6	25.2

(2) C_C, C

高電圧ケーブル	C_C [pF]	C [pF]
なし	0	510
29mm ϕ ×2m	370	880
29mm ϕ ×2m +23mm ϕ ×6m	1520	2030

1.3.2.2 X線管負荷のときの測定結果(⑨)-(⑪)

高電圧回路の波形の代表例を示して、考察をおこなう。

(1) 重負荷時の定常状態の寄生振動

X線管の陽極、陰極の対地電位と、この両者を合成したX線管電圧波形を、1.3-5図に示す。mAの多いときの電極の電位において、3相整流波形の脈動のほかに、奇生振動がみられる。これは、単相装置ではみられなかった。この振動は(+)側と(-)側で同位相であるから、管電圧波形においては互に打消し合って少ししか現れない。mAの少いときにはこの振動がみられない。これは文献にも指適されて問題になっていた振動である。(35)-(37)

(2) 電極電位のピーク値とkVp値

(+), (-)極の電位のピークの時期が一致しないので、kVpの最大定格を、管球の対地(管球容器)電圧の2倍以下に押えねばならない。150kVpの

管球容器では、陽極、陰極の耐圧がいずれも 75kVp の定格になるように設計されているので、両極に同時に 75kVp ずつ印加されないと 150kVp まで使えないからである。単相装置ではピークが一致したので 150kVp まで使用できるが、3 相装置では、正弦波形とすれば定格の 0.866 倍しか印加できないので、150kVp の定格の管球は、3 相では 128kVp までしか使用することができない。(1) にのべた振動が発生すれば、この点で、ますます不利になる。このように、+、- 極の電位波形のピークの時期がずれることは、従来の 3 相全波整流型の根本的な欠点であることを見出した。

(3) 管電圧が平滑化される場合の回路状態

負荷に接続されている相数によって、回路状態を分類することができる。この相数は、変圧器中性点電流の流れている相数であるから、電流波形の測定結果と電圧波形を比較して、回路状態を考察する。

1.3 - 6 図は、直流側に静電容量があって管電圧が平滑化される場合の波形を示す。図の(a)で、4 と記した区間では、3 相全部が遮断されて、ケーブルの電荷のみで管電流を供給している。区間 3 では 1 相だけが導通状態で、片側のケーブルを充電しているが、他方は放電中である。(b)図の区間 3 も同様である。区間 1 は 2 相が導通する状態であって、単純な整流波形 (1.3 - 2 図) では、この回路状態だけを考えている

(a), (b) 図のいずれの場合でも、整流波形が 3 相であること以外は、単相装置において平滑化現象 (第 2 回路状態) を含む場合とまったく同様である。

(4) 転流期間の生ずる場合の回路状態

重負荷になると (1) のような平滑化現象がなくなって、2 相が (+), (-) 側にそれぞれ接続されて、X 線管電流を流し、順次、この相が入れかわる。これは 1.3 - 7 図の区間 1 に示される。しかし相が入れかわるときに、3 相とも接続された状態 (転流期間) が生ずることがある。同図、(b)(d) の区間 2 はこの転流期間を示す。

ケーブルがなくて軽負荷のときは、転流がスムーズにおこなわれる (同図(c))

区間 1, 2, 3, 4 の接続状態を 1.3 - 8 図に示しておく。

(5) 転流期間と寄生振動

重負荷になると、転流期間が長くなって、転流期間が終わったとき（区間 2→1）に電圧の飛躍がおこる。このとき、(1)にのべた振動が発生する。同時に、しゃ断された相の変圧器端子には、内部振動も発生する。転流期間に入るとき（区間 1→2）には電圧の飛躍がないので、振動がそのまま続く。しかし回路状態が変わるので振動の特性も変わる筈であるが、これは 1.1-7 図(d)で観察される。

(6) 変圧器中性点における各相の電流波形

単相のときと同じく、軽負荷時には振動がみられる。その特性も、単相のときと同じ傾向を示す。重負荷時には、転流期間中（区間 2）の振動はみられないが、区間 1 では振巾の小さな振動を発生し、電極電位の振動と同じ位相であって同じように減衰する。これは 3 相装置に特有な振動である。

(7) X線管の $V-I$ 特性

1.3-10 図に 60kVp のときの $V-I$ 特性を示した。3 相装置では、 $V-I$ 特性の先端だけで動作する。mA が多くなると 3 相の電圧降下が不均等になって、管電圧の変動が不均等になるので、同図には 3 個の変動の平均値を示した。単相のときよりも変動範囲が小さいので、mA_p と mA 平均値の比は 1 に近い。このことは、管電圧図表（1.3.6）において有利な事柄である。同図(b)に 100mA のときの管電流と管電圧の波形を示す。管電流の飽和している様子を見ることができる。

単相の場合と同じように、本章において電流波形と云う場合には(6)の変圧器中性点における相電流を指すものとする。

1.3.2.3 抵抗負荷のときの測定結果と X線管の等価抵抗値

X線管のかわりに抵抗を接続したときの波形の代表例を 1.3-9 図に示した。X線管負荷のときの波形と比較して等価抵抗を求めて、 $V-I$ 特性から求めた等価抵抗値と比較すると 1.3-2 表のようになる。これによれば、いずれも中点における V/I になっていることがわかる。同表の右端に、mA を等しくするような等価抵抗値の実測結果を示すが、 $V-I$ 特性

の中心における抵抗値 V/I と5%以内で一致している。その理由は、 $V-I$ 特性の変動範囲がせまいので、中心における抵抗値で近似させることができるからである。单相の場合にも、管電圧が平滑化されるときには V/I をとればよかった。(1.1.2.4)。自由振動は $\Delta V/\Delta I$ できまる筈であるが、3相装置における振動の大部分は、負荷抵抗には関係しない自由振動であるから(1.3.4)、3相ではとくに $\Delta V/\Delta I$ を用いる必要がないと云える。

1.3 - 2 表

60kVpのときの等価抵抗値

mA	波形を比較した 等価抵抗値(Ω)	V/I (Ω)			$\Delta V/\Delta I$	mAを等しくする 抵抗値(Ω)
		下 端 , 中 点 , 上 端			(Ω)	
2	30 \pm 10 M	26	28	30M	∞	28M
5	12 \pm 2 M	10	11	12M	∞	11M
10	5 \pm 1 M	4.8	5.6	6.0M	3.0M	5.5M
20	3 \pm 0.5M	2.3	2.7	3.0M	1.55M	2.7M
50	1 \pm 0.2M	0.92	1.20	1.45M	4.10M	1.2M
100	500 \pm 50 k	480	520	560k	2.60M	530k
200	250 \pm 30 k	231	262	290k	1.01M	260k
300	180 \pm 30 k	157	178	196k	670k	180k
400	140 \pm 20 k	123	134	145k	520k	135k
500	100 \pm 20 k	100	108	116k	350k	105k
600	90 \pm 10 k	87	92	97k	197k	95k
700	80 \pm 10 k	76	80	82k	133k	83k

1.3.2.4 転流期間の零相電流と電圧・電流波形

3相装置においては、(+)側と(-)側の起電力と回路状態が非対称であるから、変圧器の入中性点からアースに0相電流が流れる。1.3-12図に、1次電圧と管電流を一定にしてケーブルの容量をかえたときの、零相電流と相電流(変圧器中性点における)の大きさを比較した。図は、転流期間のできる場合の代表例である。ただし図では測定器の都合で極性が逆になっ

ている。この図より、つぎのことがわかる。

(1) 0 相電流の基本波はなくて、振動分のみからなる。同じ位相で同じ大きさの振動が相電流波形に重畳している。

(2) その振巾は、転流期間（区間 2）では区間 1 におけるよりも小さくなる。

(3) この振動の振巾は、ケーブルが 0 のときは、区間 2 で相電流の大きさの 3 % 以下になるので無視してよいが、ケーブルの容量が大きくなるほどその振巾が大きくなる。

(4) しかし、ケーブルの容量が変わっても、電圧、電流波形の基本波の形状はほとんど変化せず、振動分が変わるだけである。（電圧波形は 1.3 - 5 図 (1)(2)の(d)(e)を参照）。これは、X 線管電流に対するケーブル充電電流の割合が小さいためである。その上に、X 線管は零相回路と切離されているので、X 中性点とケーブル接地点間の線を切断して 零相電流を無視しても、基本波形への影響はさらに小さいと考えてよいので、零相振動分がなくなることによる誤差だけを考えればよい。以上の理由によって、次節においては、転流期間の零相電流を 0 とおいて解析をおこない、その誤差を検討する。

1.3.3 第 3 類断続回路解析法による波形の解析⁽¹⁰⁷⁾

1.3.3.1 各回路状態の解

前節の測定結果によって、3 相装置の定常状態の波形に関してつぎのことがわかった。

(1) 重負荷時には、整流管の転流期間があるために、単相装置ではみられなかった現象が発生する。

(2) 軽負荷時には転流期間がみとめられない。さらに、直流側に静電容量のあるときには、管電圧が平滑化される。

このうちの (2) は、単相の場合と同じ現象であるから、ここでは (1) の場合の解析をおこなって、3 相装置に特有な現象を理論的に解明する。また、X 線管のかわりに抵抗負荷としてもよいことを実験で確めたので、抵抗負

荷として理論をすすめる。さらに、第2回路状態における零相電流 i_0 を0としても実用上差支えないことを実験で確めたので、このようにして理論をすすめる。

ケーブルのない時は $i_0 = 0$ であることを実験で確め得たので、この1例について理論から求めた波形と実測波形とを比較し、つぎに、ケーブルがあつて i_0 が無視できない場合について、同じ方法を適用したときの誤差を求める。

1.3 - 3 表

さて、転流期間が生ずる場合は、1.3 - 3 表のように12個の状態を順次くりかえすが、ここでは、3相の回路定数が等しいと考えるので、2つの回路状態について考えればよい。そこで、2相だけが導通しているときを第1回路状態、転流期間を第2回路状態と名づけて、以下では、表の中の で囲んだような状態を代表にえらんで解析する。1.3 - 7 図の区間1, 2は、それぞれ、第1, 第2回路状態を表す。

順序	回路状態	導通する相	
		(+)側	(-)側
1	第1	U	V
2	第2	U	V, W
3	第1	U	W
4	第2	U, V	W
5	第1	V	W
6	第2	V	W, U
7	第1	V	U
8	第2	V, W	U
9	第1	W	U
10	第2	W	U, V
11	第1	W	V
12	第2	W, U	V

(1) 第1回路状態の解

1.3 - 8 図(a)について、単相の場合と同じようにして等価回路を作成すると1.3 - 13 図のようになる。この図で e , v_i , i_i はそれぞれ起電力, X線管電極電位, 変圧

器中性点における相電流をあらわす。右肩のU, V, Wは相をあらわし、

1.3 - 2 表の5番目の状態の相をあてはめたものである。このときは、X線管の陽極、陰極の電位はそれぞれ v_i^V , v_i^W でX線管電圧は $v_i^V - v_i^W$ になる。つぎに文字計算の結果を示す。

1.3 - 13 図の右側の回路の基準微分方程式はつぎのようになる。

$$\begin{pmatrix} LD+R_2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & LD+R_2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1/R_1 \\ 0 & -1 & -1/R_1 & CD+1/R_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_i^V \\ i_i^W \\ v_i^V \\ v_i^W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^V \\ e^W \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.3.1)$$

$$D \equiv \frac{d}{dt}$$

ここで、(1.1.7)(1.1.8)式で回路定数を変換して、断続回路解析法⁽¹⁰⁾を適用する。この変換をおこなったので、文字計算を著しく簡単にすることができた。

行列 $[F(p)]$ の要素は、附録(3.2)(3.3)式のように求められるので、これによって、第2種初期値の係数の行列は、つぎのようになる。

$$\begin{aligned} [\chi(t)] &= S_2 [F(p)] P \begin{pmatrix} L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \chi_{11} & \chi_{12} & \chi_{13} & \chi_{14} \\ \chi_{21} & \chi_{22} & \chi_{23} & \chi_{24} \\ \chi_{31} & \chi_{32} & \chi_{33} & \chi_{34} \\ \chi_{41} & \chi_{42} & \chi_{43} & \chi_{44} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.3.2)$$

この要素を、附録(3.6)(3.7)式に示す。

つぎに起電力による項は、V相を基準にして考える。

$$e^v = E \sin(\omega t + \theta), \quad e^w = E \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3} + \theta)$$

$$E_{(p)}^v = \mathcal{L} \left\{ \frac{pE e^{j\theta}}{p-j\omega} \right\}, \quad E_{(p)}^w = \mathcal{L} \left\{ \frac{pE e^{j(-\frac{2\pi}{3} + \theta)}}{p-j\omega} \right\} \quad (1.3.3)$$

これを用いて、附録(3.9)式の行列 $[\Phi(p)]$ を作り、逆変換をおこなうと、起電力による項はつぎのように求められる。

$$[\varphi(t)] = S_2 [\Phi(p)] = \begin{pmatrix} \varphi_{11} \\ \varphi_{21} \\ \varphi_{31} \\ \varphi_{41} \end{pmatrix} \quad (1.3.4)$$

ただし、各要素は附録(3.11)～(3.16)式に示されている。

(1.3.2)(1.3.4)式の行列を用いて3相第1回路状態の解は、つぎの

ようにあらわされる。

$$\begin{pmatrix} i_1^v \\ i_1^w \\ v_1^v \\ v_1^w \end{pmatrix} = [\varphi(t)] + [\chi(t)] \begin{pmatrix} (i_1^v)^0 \\ (i_1^w)^0 \\ (v_1^v)^0 \\ (v_1^w)^0 \end{pmatrix}$$

(1.3.5)

この解によれば、電流、電圧波形はいずれも起電力による正弦波の定常項と、過渡項より成る。基準微分方程式 (1.3.1) の左辺のはじめの行列の値は D に関して 4 次式になるので、その逆行列は 2 つの 2 次式の積となる。よって、2 種類の過渡項が発生する。その特性を表す定数 α, β をみると、一組は単相装置について求めた α, β と同形であり、他の一組は単相装置にみられなかった種類のものである。この過渡項は、自由振動となって興味ある現象をひきおこすので、つぎの 1.3.4 でとくにとりあげて、詳細に検討する。

さて、1.3 - 13 図の左側では、U 相は切離されているので、変圧器の内部振動が発生している。

この解は、単相のときに導いた結果から、つぎのようになる。

$$\begin{pmatrix} i_1^v \\ v_1^v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_{t11} \\ \varphi_{t21} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \chi_{t12} \\ \chi_{t22} \end{pmatrix} (v_1^v)^0$$

(1.3.6)

ここで $[\varphi_t], [\chi_t]$ の要素は附録 (3.19) ~ (3.21) 式に示されている。

(2) 第 2 回路状態の解

1.3 - 8 図(b)の等価回路は 1.3 - 14 図のようになる。この回路に対する文字計算の結果をつぎに示す。

1.3 - 14 図によってつぎの回路方程式をうる。

$$\left. \begin{aligned} e^u &= i_2^u (LD + R_2) + v_2^w \\ e^w &= i_2^w (LD + R_2) + v_2^w \\ e^v &= i_2^v (LD + R_2) + v_2^v \end{aligned} \right\}$$

(1.3.7)

$$\begin{aligned} i_2^u + i_2^w &= v_2^w (CD + 1/R_2) - v_2^v / R_2 \\ i_2^v &= v_2^v (CD + 1/R_2) - v_2^w / R_2 \end{aligned}$$

(1.3.8)

e, v, i に対称座標変換をほどこし，零，正，逆相分に，それぞれ添字 0, 1, 2, を附ける。ここでは V 相を基準とすれば便利である。

$$e_0 = e_2 = 0, \quad e_1 = e^V = E \sin(\omega t + \theta_2) \quad (1.3.9)$$

$$\begin{pmatrix} v_0 \\ v_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_2^V \\ v_2^W \end{pmatrix}, \quad v_2 = v_1 \quad (1.3.10)$$

$$\begin{pmatrix} i_0 \\ i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a_2 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_2^V \\ i_2^W \\ i_2^U \end{pmatrix} \quad (1.3.11)$$

ただし $a = e^{j2\pi/3}$ である。

こうしてつぎの基準微分方程式をうる。

$$\begin{pmatrix} LD+R_2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & LD+R_2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & LD+R_2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & (C+C')D & (2C-C')D \\ -1 & -1 & -1 & CD & 2CD+3/R_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_0 \\ i_1 \\ i_2 \\ v_0 \\ v_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ e_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.3.12)$$

この式は，文字のままでは解けないが， i_0 が微小な場合に対してこれを 0 とおけば，つぎの 2 つに分離されて，文字のままで解が得られる。

$$v_0 = e_0 = 0, \quad i_0 = 0 \quad (1.3.13)$$

$$\begin{pmatrix} LD+R_2 & 0 & 1 \\ 0 & LD+R_2 & 1 \\ -1/3 & -1/3 & KD+1/R_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ v_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.3.14)$$

ただし

$$K = CC' / (C + C') \quad (1.3.15)$$

である。

ここでつぎのように回路定数を変換する。

$$\left. \begin{aligned} v_2 &= \sqrt{LK} & Z_2 &= \sqrt{L/K} \\ \xi &= R_2/Z_2 & \eta &= R_1/Z_2 \end{aligned} \right\} \quad (1.3.16)$$

これを使って (1.3. ¹⁴~~2-9~~) 式をかきかえて，断続回路解析法⁽¹⁰⁾を適用す

る。

まず附録 (3.3 3) (3.3 4) 式のように $[F_2(p)]$ を求めて、それによって第 2 種初期値の係数の行列がつぎのようになる。

$$[\chi_2(t)] = S_2 [F_2(p)] p \begin{pmatrix} L & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & K \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \chi_{211} & \chi_{212} & \chi_{213} \\ \chi_{221} & \chi_{222} & \chi_{223} \\ \chi_{231} & \chi_{232} & \chi_{233} \end{pmatrix} \quad (1.3.17)$$

ここで、各要素は附録 (3.3 6) (3.3 7) 式のものである。

つぎに起電力の p 関数は (1.3.9) 式によってつぎのようにする。

$$E_1(p) = \int \left\{ \frac{p E E^{j\theta_2}}{p - j\omega} \right\} \quad (1.3.18)$$

これを用いて行列 $[\Phi_2(p)]$ を作成し (附録 3.3 8 式)，逆変換をおこなえば，起電力による項が求められる。

$$[\varphi_2(t)] = S_2 [\Phi_2(p)] \equiv \begin{pmatrix} \varphi_{211} \\ \varphi_{221} \\ \varphi_{231} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_{e1} + \varphi_+ + \varphi_- \\ \varphi_{e2} + \varphi_+ - \varphi_- \\ \varphi_{231} \end{pmatrix} \quad (1.3.19)$$

各要素は附録 (3.4 0) ~ (3.4 4) 式のものである。

以上の結果を用いて，第 2 回路状態の対称分の解はつぎのようにあらわされる。

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ v_1 \end{pmatrix} = [\varphi_2(t)] + [\chi_2(t)] \begin{pmatrix} i_1^{+0} \\ i_2^{+0} \\ v_1^{+0} \end{pmatrix} \quad (1.3.20)$$

つぎに，これを各相の電流，電圧にもどす。まず上式の左辺は，つぎのように変換される。

$$\begin{pmatrix} i_2^v \\ i_2^w \\ i_2^u \\ i_2^v \\ v_2^v \\ v_2^w \end{pmatrix} = [A] \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ v_1 \end{pmatrix}, \quad [A] \equiv \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ a^2 & a & 0 \\ a & a^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.3.21)$$

つぎに $(i_2^U)^{+0} = 0$ を考慮すると、初期値はつぎのように変換される。

$$\begin{pmatrix} i_1^{+0} \\ i_2^{+0} \\ v_1^{+0} \end{pmatrix} = (A^{+0}) \begin{pmatrix} (i_2^V)^{+0} \\ (i_2^W)^{+0} \\ (v_2^V)^{+0} \\ (v_2^W)^{+0} \end{pmatrix} \quad (A^{+0}) = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ 1 & a^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

(1.3.22)

(1.3.20) - (1.3.22) により、つぎの解を得る。

$$\begin{pmatrix} i_2^V \\ i_2^W \\ i_2^U \\ v_2^V \\ v_2^W \end{pmatrix} = [\tilde{\varphi}_2] + [\tilde{\chi}_2] \begin{pmatrix} (i_2^V)^{+0} \\ (i_2^W)^{+0} \\ (v_2^V)^{+0} \\ (v_2^W)^{+0} \end{pmatrix}$$

(1.3.23)

ここで $[\tilde{\varphi}_2]$, $[\tilde{\chi}_2]$ の要素は、附録 (3.50) 式に示されている。この解は、正弦波定常項と、過渡項よりなるが、(1.3.14) 式の右辺のはじめの行列の値は、 D に関する 3 次式であるから、これは 1 次式と 2 次式の積に分解される。そこで過渡項は、 $\varepsilon^{\alpha_3 t}$ で単調に減衰する項と、 $\varepsilon^{(\alpha_2 \pm \beta_2)t}$ で自由振動になり得る項との 2 種に分けられる。 i_0 を無視しなければ 5 次式になるので、さらにもう一つ、自由振動になりうる過渡項ができる筈である。過渡項については、後に 1.3.4 でのべる。

1.3.3.2 回路状態の持続時間の決定法

数値計算例によって、回路状態の転移時間を決定する方法をのべる。まず、高電圧ケーブルのない場合について、1 次電圧 124 V、負荷抵抗 250 k Ω のときの定常状態の波形の計算をおこなう。この場合には $i_0 \neq 0$ であることを実験で確認しているので、上の理論を適用してもよい。

〔回路定数〕

$$R_1 = 250 \text{ k}\Omega, \quad C_c = 0 \text{ pF}, \quad R_2 = 120 \text{ k}\Omega, \quad L = 24.5 \text{ H}$$

$$C = 510 \text{ pF}, \quad K = 340 \text{ pF}, \quad E = 36.41 \text{ kV}, \quad \omega = 2\pi \cdot 60$$

〔第1回路状態の主な定数〕

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= -244.9, \beta_1 = j8943, V_1/E = 1.002, \varphi_1 = 0.1^\circ \\ \alpha &= -8088, \beta = j4719, V/E = 0.9548, \varphi = 2.6^\circ \\ x &= 0.0547, y = 1.141, \nu = 8946, z = 219.2 \text{ k}\Omega\end{aligned}$$

〔第2回路状態の主な定数〕

$$\begin{aligned}\xi &= 0.04471, \eta = 0.9314, \nu_2 = 10950, Z_2 = 268.4 \text{ k}\Omega \\ \alpha_2 &= -489.8, V_2/E = 1.773, \varphi_2 = 37.6^\circ \\ \alpha_2 &= -6121, \beta_2 = j6943, V_2/E = 1.399, \varphi_2 = 3.1^\circ\end{aligned}$$

〔第1回路状態の定常項〕

附録(3.11)式の前半は定常項を表すが、それに数値を代入するとつぎのようになる。ここでは、V相の電源電圧の振巾と位相を基準にして、

$$\dot{E} = E e^{j\theta}$$

として複素数表示をおこなう。ただし、電圧、電流の単位をそれぞれkV, mA にしてあるので、電流の係数の単位は〔mA/kV〕である。複素数の和は図式的に求められた。

$$\begin{pmatrix} \dot{e}_1^v \\ \dot{e}_1^w \\ \dot{v}_1^v \\ \dot{v}_1^w \end{pmatrix} \text{の定常項} = [\varphi(t)] \text{の定常項}$$

$$= \begin{pmatrix} 3.650 & -3.650 & 0 & 0.0963 & 0.00619 & -0.1739 \\ -3.650 & 3.650 & 0 & 0.0963 & -0.00619 & 0.1739 \\ 0.9562 & 0.0438 & 0.0009 & 0.0010 & 0.0008 & 0.0008 \\ 0.0438 & 0.9562 & 0.0009 & 0.0010 & -0.0008 & -0.0008 \end{pmatrix}$$

$$\times \begin{pmatrix} 1 \\ E^{-j2\pi/3} \\ E^{j(\pi/3-\varphi)} \\ E^{j(\pi/6-\varphi)} \\ \sqrt{3} E^{j(\pi/6-\varphi)} \\ \sqrt{3} E^{j(2\pi/3-\varphi)} \end{pmatrix} \cdot \dot{E}$$

$$= \begin{pmatrix} 6.43 \epsilon^{j32.8^\circ} \\ -6.23 \epsilon^{j32.8^\circ} \\ 0.930 \epsilon^{-j2.3^\circ} \\ 0.930 \epsilon^{-j117.7^\circ} \end{pmatrix} \dot{E}$$

U相は遮断されているので電源電圧そのものが定常項である。

〔第2回路状態の定常項〕

附録(3.40)式によって φ_{e1} , φ_{e2} , φ_+ , φ_- の定常項を求めるとつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_{e1} &= 4.446 \dot{E}, & \dot{\varphi}_{e2} &= -3.887 \dot{E} \\ \dot{\varphi}_+ &= 0.00465 \dot{E} \epsilon^{-j3.1^\circ} - 0.08965 \dot{E} \epsilon^{j86.9^\circ} \\ \dot{\varphi}_- &= -2.538 \dot{E} \epsilon^{-j37.6^\circ} \\ \dot{E} &= E \epsilon^{j\theta_2} \end{aligned}$$

附録(3.49)によって合成すると求める定常項を得る。

$$\begin{pmatrix} \dot{v}_2^V \\ \dot{v}_2^W \\ \dot{v}_2^U \\ \dot{v}_2^V \\ \dot{v}_2^V \\ \dot{v}_2^W \end{pmatrix} \text{の定常項} = [\tilde{\varphi}_2] \text{の定常項} = \begin{pmatrix} 5.59 \epsilon^{-j1.8^\circ} \\ 5.91 \epsilon^{-j129.6^\circ} \\ 5.56 \epsilon^{j54.7^\circ} \\ 0.932 \epsilon^{-j3.2^\circ} \\ -0.466 \epsilon^{j3.2^\circ} \end{pmatrix} \dot{E}$$

〔過渡項の減衰状態〕

まず定常項だけをグラフに画くと, 1.3-1.5図の区間1,2のVS(V相定常項), WS, USと記入した細線のようになる。ただしはじめは区間の境界がわからないので重ねて引いておく。1,2と示した区間以外の区間においては, 同じ波形がcyclicにくりかえされるので区間1の左側にも定常項を画いておく。図では電源電圧の半周期だけを示し, 横軸にはV相電源電圧の位相角をとった。電流波形の中でWS, USはV相の6倍位になるので, 大きなグラフ用紙を用いると便利である。図ではこの部分を縮小して上の右に示しておいた。

つぎに過渡項の減衰を推定すると、第1回路状態の $\epsilon^{\alpha_1 t}$ の項は、 α が大きいので早く消失することがわかる。最終計算結果によれば図中の細線 $W2$, $V2$ のようである。第2回路状態の $\epsilon^{\alpha_2 t}$ の項も図中の $V1$ のように早く減衰する。 i_2^V の過渡項は $\epsilon^{\alpha_2 t}$ の項だけしか含まないので早く消失する。その他の過渡項、すなわち第1回路状態の $\epsilon^{\alpha_1 t}$ の項は、2つの図の下の $V1$, $W1$ に示したように振動して減衰がおそい。第2回路状態の $\epsilon^{\alpha_2 t}$ の項は、 U 相、 W 相の電流波形中にだけ現われて、同じく減衰がおそい。さらに、第1回路状態において切り離された U 相の振動も減衰がおそい。そこで定常項と、減衰のおそい過渡項のグラフより、回路状態の転移点を決定せねばならない。

〔図解法〕

第1回路状態において W 相の電圧が降下して、 U 相の端子電圧と等しくなると、 U 相の整流管が導通状態になって U 相電流が流れはじめ、 W 相の電流が減りはじめる。このように2つの相が片側に接続されている状態が第2回路状態である。この状態は W 相の電流が0になったときに終了し、 W 相が切り離されてつぎの第1回路状態になる。すなわち、回路状態の転移する条件はつぎのようにあらわされる。

$$\left. \begin{array}{ll} \text{第1} \rightarrow \text{第2} & v_W(t) = v_U(t) \\ \text{第2} \rightarrow \text{第1} & i_2 W(t) = 0 \end{array} \right\} \quad (1.3.24)$$

そこで、転移点を求めるには、第1回路状態の電圧波形と第2回路状態の電流波形のグラフが必要である。これらの部分を取り出して、1.3-12図に示した。図において実線は定常項であって、すでに画かれている。その上に過渡項を画き加える。

まず、第1回路状態の過渡項がなければ、この状態は左の図の WS と US の交点で終了する。そこで、この位相角 θ から第2回路状態がはじまると仮定してみる。つぎに、 $\epsilon^{\alpha_2 t}$ の過渡項の初期値は、 US の初期値と殆んど等しいことが解析結果より求められている。そこで、右の図の上に示すように $-WS$ を画いておいて、 US 上の点 a から、 $\epsilon^{\alpha_2 t}$ の減衰曲線を $W3$ (点線) のように引けば、これが $-WS$ と交る点で $i_2 W = 0$ となるので、このときの位相角が終期角である。この角から 60° を引いて第1回

路状態の初期位相角とする。

つぎに、第1回路状態において、 U 相の自由振動の初期値は $V S 2$ と $U S 1$ の差であるから、左の図のbからはじまって $U S 1$ を中心に振動する。 V 相の振動の初期値は $W S 1 - W S 2$ と $V S 1 - V S 2$ の平均値であるから左の図の下に示すように、 $W S 2$ の下に $V S 1 - V S 2$ なる間隔をあけて曲線Aを引いておけば、振動はAと $W S 1$ の midpoint c から $W S 1$ を中心に発生する。両方の振動は $\cos \beta' t$ と $\sin \beta' t$ とからなるが、 $\sin \beta' t$ は小さいので $\cos \beta' t$ だけであるとして、 α と β の値によって振動を画いてみる。この2つが交る点 d でこの回路状態が終了する。この位相角 θ_2 は、最初に仮定した θ_2 よりも 10° 左にきた。そこで、これが一致するまで θ_2 をかえて図解をくりかえして、求める転移位相角を得た。

こうして、 θ_1 と θ_2 の図の上で求めた結果、つぎの値を得た。

$$\theta_1 = 83^\circ, \quad \theta_2 = 50^\circ$$

これを用いて過渡項を計算するとつぎのようになった。

〔第1回路状態の計算結果と終期の位相角の誤差〕

〔 $\varphi(t)$ 〕の過渡項は附録(3.11)式後半により計算できる。

$$\begin{pmatrix} 0 & -0.0963 & 2.285 & 0.0025 \\ 0 & -0.0963 & 2.285 & 0.0025 \\ -0.5012 & 0 & 0.0137 & -0.0211 \\ -0.5012 & 0 & 0.0137 & -0.0211 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin(-10.1^\circ) \cos 8943 t \\ \cos(-10.1^\circ) \cos 8943 t \\ \sin(-10.1^\circ) \sin 8943 t \\ \cos(-10.1^\circ) \sin 8943 t \end{pmatrix} \\ \times 3.641 \varepsilon^{-244.9 t} \\ + \begin{pmatrix} -3.819 & -0.0092 & -2.202 & -0.1478 \\ 3.819 & 0.0092 & 2.202 & 0.1478 \\ -0.4774 & 0 & -0.4316 & -0.2012 \\ 0.4774 & 0 & 0.4316 & 0.2012 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin 8.26^\circ \cos 4719 t \\ \cos 8.26^\circ \cos 4719 t \\ \sin 8.26^\circ \sin 4719 t \\ \cos 8.26^\circ \sin 4719 t \end{pmatrix} \\ \times \sqrt{3} \quad 3.641 \varepsilon^{-8088 t}$$

〔 $\chi(t)$ 〕の要素は附録(3.6)式によってつぎのように求められる。

$$\begin{pmatrix} \chi_{11}, \chi_{22} \\ \chi_{12}, \chi_{21} \\ \chi_{13}, \chi_{24} \\ \chi_{14}, \chi_{23} \\ \chi_{31}, \chi_{42} \\ \chi_{32}, \chi_{41} \\ \chi_{33}, \chi_{44} \\ \chi_{34}, \chi_{43} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & -0.0137 & 0.5 & 0.8051 \\ 0.5 & -0.0137 & -0.5 & -0.8051 \\ 0 & -2.281 & 0 & -4.326 \\ 0 & -2.281 & 0 & 4.326 \\ 0 & 0.1096 & 0 & 0.1096 \\ 0 & 0.1096 & 0 & -0.1096 \\ 0.5 & 0.0137 & 0.5 & -0.4248 \\ 0.5 & 0.0137 & -0.5 & 0.4248 \end{pmatrix} \\
 \times \begin{pmatrix} e^{-244.9t} \cos 8943t \\ e^{-244.9t} \sin 8943t \\ e^{-8088t} \cos 4719t \\ e^{-8088t} \sin 4719t \end{pmatrix}$$

初期値としては、第2回路状態の v_2^V , v_2^W , i_2^V において過渡項が消失しているので定常項だけを考えればよい。 i_2^W においては $e^{\alpha_s t}$ の過渡項が残るが、過渡項を考えなくても $i^W = -i^V$ なる関係を使えばよいので、第1回路状態の初期値は全部第2回路状態の定常項から求められてつぎのようになる。(附録 3.5 2, 3.5 3 式)

$$\begin{pmatrix} (i_1^V)^{+0} \\ (i_1^W)^{+0} \\ (v_1^V)^{+0} \\ (v_1^W)^{+0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i_2^W \\ -i_2^V \\ -v_2^W \\ -v_2^V \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{定常項の } 83^\circ \\ \text{における値} \end{matrix} = \begin{pmatrix} 5.31 \\ -5.31 \\ 0.446 \\ -0.891 \end{pmatrix} \times 36.41$$

以上の3式を(1.3.5)式に代入すれば第1回路状態の解を得る。ただし電流、電圧の単位はそれぞれmA, kVである。

$$\begin{pmatrix} i_1^V \\ i_1^W \\ v_1^V \\ v_1^W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6.43 \sin(\omega t + 82.8^\circ) \\ -6.23 \sin(\omega t + 82.8^\circ) \\ 0.930 \sin(\omega t + 47.7^\circ) \\ 0.930 \sin(\omega t - 67.3^\circ) \end{pmatrix} \times 36.41$$

$$+ \begin{pmatrix} -0.0948 & 0.6189 & -1.270 & -1.099 \\ -0.0948 & 0.6189 & 1.270 & 1.099 \\ -0.1351 & -0.0250 & -0.1515 & -0.2081 \\ -0.1351 & -0.0250 & 0.1515 & 0.2081 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon^{-244.9t} \cos 8943t \\ \varepsilon^{-244.9t} \sin 8943t \\ \varepsilon^{-8088t} \cos 4719t \\ \varepsilon^{-8088t} \sin 4719t \end{pmatrix}$$

$\times 3.641$

つぎに、切り離されている U 相の波形は、(1.3.6) 式によってつぎのように求められる。

$$v_1^U = 3.641 \{ \sin(\omega t + 120^\circ) \\ + 0.2741 \varepsilon^{-244.9t} \cos 8943t \\ - 0.0142 \varepsilon^{-244.9t} \sin 8943t \}$$

以上の結果を 1.3 - 1.5 図の区間 1 に示した。図において求める電圧、電流波形をそれぞれ太線で示したが、これらは、定常項と過渡項とを合成した波形である。これらを細線で示して、図の下に示した記号をつけておいた。この計算結果によって

$$v_1^U = v_1^W$$

となる位相角を求めれば、 82.5° となって、図解法で求めた位相角 83° よりも 0.5° だけ少くなるが、この程度の誤差が第 2 回路状態の波形の平均値におよぼす影響は 2% 以内であるから差支えない。そこで、第 2 回路状態の初期の位相角を 83° としてつぎの計算をおこなう。

〔第 2 回路状態の計算結果と終期の位相角の誤差〕

附録 (3.4.0) 式の後半により、 φ_+ 、 φ_- 、 φ_{231} の過渡項はつぎのように求められる。

$$\begin{pmatrix} \varphi_+ \\ \varphi_{231} \end{pmatrix} \text{ の過渡項}$$

$$= \begin{pmatrix} -2.798 & -0.0113 & 0.4700 & -0.0651 \\ -0.4663 & 0 & -0.4107 & -0.01952 \end{pmatrix}$$

$$\times \begin{pmatrix} \sin 79.9^\circ & \cos 6943 t \\ \cos 79.9^\circ & \cos 6943 t \\ \sin 79.9^\circ & \sin 6943 t \\ \cos 79.9^\circ & \sin 6943 t \end{pmatrix} 36.41 \varepsilon^{-612 t}$$

$$\varphi_- \text{ の過渡項} = -33.02 \times 36.41 \varepsilon^{-489.8 t} \sin 45.4^\circ$$

$[\chi(t)]$ の要素は、附録 (3.36) 式によってつぎのようになる。

$$\begin{pmatrix} \chi_+ \\ \chi_{213} \\ \chi_{231} \\ \chi_{233} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.4040 \\ 1 & -5.880 \\ 0 & 0.1410 \\ 1 & -0.8114 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos 6943 t \\ \sin 6943 t \end{pmatrix} \varepsilon^{-612 t}$$

$$\chi_- = 0.5 \varepsilon^{-489.8 t}$$

初期値は第1回路状態の解に $\omega t = 33^\circ (= \theta_2 - \theta_1)$ を代入すれば求められる。(附録3.54式)

$$\begin{pmatrix} (i_2^V)^{+0} \\ (i_2^W)^{+0} \\ (i_2^U)^{+0} \\ (v_2^V)^{+0} \\ (v_2^W)^{+0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_1^V \\ i_1^W \\ 0 \\ v_1^V \\ v_1^W \end{pmatrix} \quad \omega t = 33^\circ = \begin{pmatrix} 6.222 \\ -5.358 \\ 0 \\ 0.9668 \\ -0.4843 \end{pmatrix} 36.41$$

これらを (3.48) ~ (3.50) 式に代入すれば第2回路状態の解を得る。

$$\begin{pmatrix} i_2^V \\ i_2^W \\ i_2^U \\ v_2^V \\ v_2^W \end{pmatrix} = 36.41 \begin{pmatrix} 5.59 & \sin(\omega t + 81.2^\circ) \\ 59.1 & \sin(\omega t - 46.6^\circ) \\ 55.6 & \sin(\omega t + 137.7^\circ) \\ 0.932 & \sin(\omega t + 79.8^\circ) \\ -0.466 & \sin(\omega t + 79.8^\circ) \end{pmatrix}$$

$$+ 3.641 \begin{pmatrix} 0.4208 & 0.0346 & 0 \\ -0.2104 & -0.0173 & 3.740 \\ -0.2104 & -0.0173 & -3.740 \\ 0.0484 & 0.0074 & 0 \\ -0.0242 & -0.0037 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-612t} \cos 6943t \\ e^{-612t} \sin 6943t \\ e^{-489.8t} \end{pmatrix}$$

以上の結果を 1.3 - 1.5 図の区間 2 に示した。ただし、電流波形においては U , W 相の定常項、過渡項が大きくなるので左側に縮尺を示した。

この計算結果によって

$$i_2^W = 0$$

になる位相角を求めると 110.8° になった。第 1 回路状態の初期の角は、 60° を引いて 50.8° となる。これは図解法で求めた値よりも 0.8° だけ多いが、この程度の誤差が第 1 回路状態の波形の平均値に与える影響は 2% 以内であるから差支えない。

よって、上に述べた図解法によって、回路状態の期間と同時に、転移するときの位相角をきめても差支えないことがわかった。

〔初期値に関する考察〕

図の電流、電圧のいずれの波形においても、第 2 回路状態に転移するときに、初期値が飛躍している。この理由は、第 2 回路状態では 1.3 - 1.4 図の接地線 G を切り離して解析したためである。すなわち、第 1 回路状態から第 2 回路状態に転移するときに接地線 G が切離されるので、磁束保存則によって電流値が飛躍し、したがって V 相、 W 相端子の対地電位が飛躍する。しかし、2 つの静電容量の端子電圧は連続的に変るので、この両者の和である管電圧は連続的に変化している。この初期値の飛躍は、附録 (3.50) (3.36) 式の $t=0$ の値から容易に求められてつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} i^V, i^W, i^U \text{ における飛躍} &= -\frac{1}{3} \{ (i_1^V)^{+0} + (i_1^W)^{+0} \} \\ v^V, v^W \text{ における飛躍} &= -\frac{1}{3} \{ (v_1^V)^{+0} + 2(v_1^W)^{+0} \} \end{aligned} \right\}$$

(1.3.24)

ただし、ここで+0の記号を附けたのは、第1回路状態の終期値(第1種初期値)をそのまま第2回路状態の初期値として使うときの値である

〔(1.3.5)式と附録(3.54)式〕。したがって、磁束保存則より求めた第2種初期値ではない。この第2種初期値は、それぞれの第1種初期値に上の(1.3.24)式の値を加えた値である。この計算例では、(1.3.24)式はつぎの値をとる。

$$\text{電流における飛躍} = -0.288 \times 3.641$$

$$\text{電圧における飛躍} = 0.0003 \times 3.641$$

1.3.3.3 転流期間の零相電流を無視できる場合の数値計算例と 実測波形の比較

前項に示した数値計算例は、高電圧ケーブルのない場合の1例である。この場合には $i_0 \neq 0$ であることを実験で確認しているので、上の理論を適用してもよい。この計算例は60 kVp, 210 mA に相当するのでその実測波形を1.3-16図に示した。両者の形は類似しているが、主要な数値を比較すると1.3-4表の左側のようなものである。ここで、実測波形の数値は相によって少しずつ異なるので、3つの平均値を示した。これによれば、実用上重要な電圧ピーク値と電流平均値は5%以内で一致している。他の値も10%内で一致する。管電圧の脈動率で実測値の方が大きくなるのは、3相の回路定数が不平衡であるために β_1 の振動が打消されないためである。この振動が残っていることは実測波形でみとめられる。

以上の結果 $i_1 \neq 0$ のときには、他の回路定数の場合でも、上の理論によって波形を解析してよいことが推定される。

1.3 - 4 表

ケーブルの容量 [pF]		0		1520	
図		1.3-15図 1.3-16図		1.3-17図 1.3-18図	
管電圧	ピーク値 [kVp]	理 論	実 測	理 論	実 測
波 形	脈 動 率	60.2	最高 60* 平均 58	58.8	最高 63* 平均 59
陽極・陰 極の電位	ピーク値 [kVp]	37.4	36.8	36.9	36.0
	脈 動 率	0.546	0.57	0.542	0.63
	基本波のピーク値	34.8	34.5	34.8	34.4
	基本波の脈動率	0.526	0.52	0.526	0.54
電流波形	基本波の脈動率	0.187	0.16	0.187	0.19
	平均電流 [mA]	215	210	211	210
第2回路状態の期間		27°	27°	26°	19°
振 動	α_1	-245	-250	-245	-250
	β_1 の項の β_1'	8943	9050	4478	4500
	初期の電位[kV]	5.1	5.5	5.1	5.2
	振巾電流[mA]	20	18	40	70

* 球ギャップによる値

1.3.3.4 転流期間の零相電流を無視して解析したときの誤差

高電圧ケーブルの静電容量が大きくなると転流期間における零相電流 i_0 を無視することができなくなるが、このような場合に $i_0 = 0$ とした理論をどの程度まで適用できるかと云うことを検討する。

その1例として、前例と同じ条件で、ケーブル1520 pF を用いた時の計算例を示す。

〔回路定数〕

$C_C=1520 \text{ pF}$, $C=2030 \text{ pF}$, $K=1128 \text{ pF}$, その他は前例と同じ

〔第1回路状態の主な定数〕

$x=0.1093$, $y=2.2769$, $\nu=4483$, $z=109.8 \text{ k}\Omega$

$\alpha_1=-244.9$, $\beta_1=j4487$, $V_1/E=1.006$, $\varphi_1=0.5^\circ$

$\alpha=-2214$, $\beta=j4138$, $V/E=0.9599$, $\varphi=2.4^\circ$

〔第2回路状態の主な定数〕

$\xi=0.08158$, $\eta=1.700$, $\nu_2=6015$, $z_2=147.1 \text{ k}\Omega$

$\alpha_3=-489.8$, $V_3/E=9.721$, $\varphi_3=37.6^\circ$

$\alpha_2=-2015$, $\beta_2=j4669$, $V_2/E=1.405$, $\varphi_2=3.4^\circ$

〔定常項〕

V 相の電源電圧を基準にして複素数表示をおこなう。

第1回路状態

$$\begin{pmatrix} i_1^V \\ i_1^W \\ v_1^V \\ v_1^W \end{pmatrix} \text{ の定常項} = \begin{pmatrix} 6.71 \epsilon^{j91.2^\circ} \\ -5.94 \epsilon^{j32.5^\circ} \\ 0.93 \epsilon^{-j2.3^\circ} \\ 0.93 \epsilon^{-j117.9^\circ} \end{pmatrix} E \epsilon^{j\theta_1}$$

第2回路状態

$$\begin{pmatrix} i_2^V \\ i_2^W \\ i_2^U \\ v_2^V \\ v_2^W \end{pmatrix} \text{ の定常項} = \begin{pmatrix} 5.59 \epsilon^{-j18^\circ} \\ 59.1 \epsilon^{-j129.6^\circ} \\ 55.6 \epsilon^{j54.7^\circ} \\ 0.932 \epsilon^{-j3.2^\circ} \\ -0.466 \epsilon^{-j32^\circ} \end{pmatrix} E \epsilon^{j\theta_2}$$

〔回路状態の転移する位相角〕

前例と同様な図解法で求められる。

$$\theta_1 = 50^\circ, \quad \theta_2 = 84^\circ$$

〔第1回路状態の計算結果〕

〔 $\varphi(t)$ 〕の過渡項

$$= \begin{pmatrix} 0 & -0.3850 & 4.587 & 0.0025 \\ 0 & -0.3850 & 4.587 & 0.0025 \\ -0.5033 & 0 & -0.0250 & 0.0423 \\ -0.5033 & 0 & -0.0250 & 0.0423 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin(-10.5^\circ) \cos 4478 t \\ \cos(-10.5^\circ) \cos 4478 t \\ \sin(-10.5^\circ) \sin 4478 t \\ \cos(-10.5^\circ) \sin 4478 t \end{pmatrix}$$

$$\times 36.41 \varepsilon^{-244.0}$$

$$+ \begin{pmatrix} -3.840 & -0.3676 & 2.165 & -0.1529 \\ 3.840 & 0.3676 & -2.165 & 0.1529 \\ -0.4800 & 0 & -0.2375 & -0.0404 \\ 0.4800 & 0 & 0.2375 & 0.0404 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin 8.24^\circ \cos 4318 t \\ \cos 8.24^\circ \cos 4318 t \\ \sin 8.24^\circ \sin 4318 t \\ \cos 8.24^\circ \sin 4318 t \end{pmatrix}$$

$$\times \sqrt{3} \ 36.41 \varepsilon^{-2214 t}$$

〔 $\chi(t)$ 〕の要素

$$\begin{pmatrix} \chi_{11}, \chi_{22} \\ \chi_{12}, \chi_{21} \\ \chi_{13}, \chi_{24} \\ \chi_{14}, \chi_{23} \\ \chi_{31}, \chi_{42} \\ \chi_{32}, \chi_{41} \\ \chi_{33}, \chi_{44} \\ \chi_{34}, \chi_{43} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & -0.0273 & 0.5 & 0.2083 \\ 0.5 & -0.0273 & -0.5 & -0.2083 \\ 0 & -4.561 & 0 & -4.931 \\ 0 & -4.561 & 0 & 4.931 \\ 0 & 0.0550 & 0 & 0.0550 \\ 0 & 0.0550 & 0 & -0.0550 \\ 0.5 & 0.0248 & 0.5 & -0.1926 \\ 0.5 & 0.0248 & -0.5 & 0.1926 \end{pmatrix}$$

$$\times \begin{pmatrix} \varepsilon^{-244.0 t} & \cos 4478 t \\ \varepsilon^{-244.0 t} & \sin 4478 t \\ \varepsilon^{-2214 t} & \cos 4318 t \\ \varepsilon^{-2214 t} & \sin 4318 t \end{pmatrix}$$

前例と同様に、初期値はつぎのようになる。

$$\begin{pmatrix} (i_1^V)^{+0} \\ (i_1^W)^{+0} \\ (v_1^V)^{+0} \\ (v_1^W)^{+0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5.340 \\ -5.340 \\ 0.4484 \\ -0.8968 \end{pmatrix} \times 36.41$$

よって第1回路状態の解はつぎのようになる。

$$\begin{pmatrix} i_1^V \\ i_1^W \\ v_1^V \\ v_1^W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6.71 \sin(\omega t + 81.2^\circ) \\ -5.94 \sin(\omega t + 81.5^\circ) \\ 0.93 \sin(\omega t + 47.7^\circ) \\ 0.93 \sin(\omega t - 67.3^\circ) \end{pmatrix} \times 36.41$$

$$+ \begin{pmatrix} -0.3786 & 1.230 & -1.338 & -2.272 \\ -0.3786 & 1.230 & 1.338 & 2.272 \\ -0.1326 & -0.0263 & -0.1514 & -0.0915 \\ -0.1326 & -0.0263 & 0.1514 & 0.0915 \end{pmatrix}$$

$$\times \begin{pmatrix} e^{-244.9t} \cos 4478t \\ e^{-244.9t} \sin 4478t \\ e^{-2214t} \cos 4318t \\ e^{-2214t} \sin 4318t \end{pmatrix} \times 36.41$$

v_1^U は前の計算例と同じである。

$v_1^W = v_1^U$ になる角度は 83.1° である。図解法で求めた 84° よりも 0.9° だけ少なくなった。

〔第2回路状態の計算結果〕

$$\begin{pmatrix} \varphi_+ \\ \varphi_{231} \end{pmatrix} \text{ の過渡項}$$

$$= \begin{pmatrix} -2.810 & -0.0538 & 3.1827 & -0.0889 \\ -0.4683 & 0 & -0.2018 & -0.01022 \end{pmatrix}$$

$$\times \begin{pmatrix} \sin 80.6^\circ \cos 4669t \\ \cos 80.6^\circ \cos 4669t \\ \sin 80.6^\circ \sin 4669t \\ \cos 80.6^\circ \sin 4669t \end{pmatrix} \times 36.41 e^{-2015t}$$

φ_- の過渡項 $= -33.02 \times 36.41 e^{-489.8t} \sin 45.4^\circ$

〔 $\chi_1(t)$ 〕の要素,

$$\begin{pmatrix} \chi_+ \\ \chi_{213} \\ \chi_{231} \\ \chi_{233} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.1218 \\ 0 & -8.758 \\ 0 & 0.06300 \\ 1 & -0.3260 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos 4469t \\ \sin 4469t \end{pmatrix} \varepsilon^{-2018t}$$

$$\chi_- = 0.5 \varepsilon^{-489.8t}$$

初期値はつぎのようになる。

$$\begin{pmatrix} (i_2^V)^{+0} \\ (i_2^W)^{+0} \\ (i_2^U)^{+0} \\ (v_2^V)^{+0} \\ (v_2^W)^{+0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6.335 \\ -5.203 \\ 0 \\ 0.8720 \\ -0.5695 \end{pmatrix}$$

これより第2回路状態の解を得る。

$$\begin{pmatrix} i_2^V \\ i_2^W \\ i_2^U \\ v_2^V \\ v_2^W \end{pmatrix} = 36.41 \begin{pmatrix} 5.59 \sin(\omega t + 81.2^\circ) \\ 59.1 \sin(\omega t - 46.6^\circ) \\ 55.6 \sin(\omega t + 137.7^\circ) \\ 0.932 \sin(\omega t + 79.8^\circ) \\ -0.466 \sin(\omega t + 79.8^\circ) \end{pmatrix}$$

$$+ 36.41 \begin{pmatrix} 0.3838 & -0.7060 & 0 \\ -0.1919 & 0.3530 & 36.84 \\ -0.1919 & 0.3530 & -36.84 \\ 0.3517 & 0.1332 & 0 \\ -0.1758 & -0.0666 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon^{-2018t} \cos 4469t \\ \varepsilon^{-2018t} \sin 4469t \\ \varepsilon^{-489.8t} \end{pmatrix}$$

$i_2^W = 0$ になる角度は 111° となり、図解法よりも 1° だけ増加しているが、この影響は問題にならない。

この計算例においても、図解法で求めた転移時期を使えば充分であることがわかる。

なお、第2回路状態になるときの初期値の飛躍はつぎの値である。

電流波形における飛躍 $= 0.384 \times 36.41$

電圧波形における飛躍 $= 0.0890 \times 36.41$

〔実測波形との比較〕

1.3-18図に上の計算例に相当する実測結果を示した。

実測波形において、第2回路状態においても振動が重畳しているがこれが零相の振動分である(1.3.2.4)。この振動を除外すれば、理論波形と実測波形は類似している。つぎに、主要な数値を比較すると1.3-4表の右側のようなものである。この例でも、電圧ピーク値と電流平均値は5%以内で一致している。すなわち、この例では、 i_0 を無視した理論をそのまま適用しても、実用上差支えない。つぎにその理由を考えてみる。

第2回路状態の零相電流を無視することによって i_2^W の波形が変わると第2から第1回路状態に移る位相角 ($i_2^W = 0$ のとき) に誤差を生じ、それに伴って第1から第2に移る角に誤差を生ずる。この角は、 v_1^U 、 v_1^W が等しくなる点であるから、 v_1^U の振動の半周期(上の例では 7.3°) 以上は変わらない。また、1.3.2.4(4)でのべた理由によって i_2^W の基本波におよぼす影響は無視されるので、重畳する零相振動だけが誤差の原因となる。一方、第1から第2回路状態に移るときには電圧の飛躍がおこらないから、第2回路状態における零相振動の振巾は、第1回路状態より小さくなる筈で、実験結果もこれを裏付けている(1.3.2.4)。ゆえに、第1回路状態における0相振動がそのまま減衰したときの振巾を i_2^W の上下に加えた線が第1から第2回路状態に移るときに誤差を与える。上の例では 2° になり、前の誤差と合わせると最大で 9.3° になる。上の例では、実測値が理論値よりも 7° 少くなっている。

この誤差のために、第1回路状態における過渡項に誤差を生ずるが、このうちの β の項(図の V2, W2) は減衰が早い。 β_1 の振動(図の V1, W1) の初期の振巾は、電圧波形では電極電位のピーク値の0.1~0.2倍の範囲で変動するが(位相角が $\pm 9.3^\circ$ 変ったとき)、X線質を決定する管電圧波形には β_1 の振動が現れないので kVp 値は変らない。一方、第2回路状態の零相振動のために、管電圧の最小値が低下して、脈動率は実測値

の方が0.08 だけ大きくなるが、この程度の誤差は装置の設計上は差支えがなく、しかもX線の線質、線量をほとんど変化せしめない(2.1章)。一方、中性点回路の電流は、その平均値が重要であるが、第2回路状態の期間の誤差のために±2%変わるだけであり、0相振動の振巾の誤差は平均値にはほとんど影響しないので、設計ならびにX線の特性に及ぼす影響は無いと考えてよい。

以上のことは、現在の装置の回路定数の範囲内では、同様に成立すると考えてよいので、上述の理論によって波形の解析しても差支えないことがわかった。回路定数、とくにケーブルの容量が増加した場合でも、同様な方法で誤差を算定することができる。

1.3.4 3相装置における自由振動 (14)(21)

3相装置では、(+)側(→)側の起電力と回路定数が非対称であるから零相電流が流れ、このために、電圧波形においても、単相装置では見られなかったような自由振動が発生する。以下では、主として、この振動について考察する。このほかに、単相装置におけると同じ振動が発生することをのべる。

1.3.4.1 零相回路の自由振動の特性を判別する図表

3相第1回路状態の解において、 β_1, β が虚数のときには、

$$\beta_1 = j\beta'_1, \beta = j\beta' \quad \text{とすれば}$$

$$\cosh\beta_1 t, (\sinh\beta_1 t)/\beta_1, \cosh\beta t, (\sinh\beta t)/\beta$$

の項が、それぞれ

$$\cos\beta'_1 t, (\sin\beta'_1 t)/\beta'_1, \cos\beta' t, (\sin\beta' t)/\beta'$$

になるので自由振動が発生する。これらのうちの β の項は、単相の装置の場合と同じ特性をもつので、 β_1 の項の振動の特性をしらべる。これは零相回路の振動である。

この特性は附録(3.13)(3.14)式の α_1, β_1 であらわされるが、いずれも、 γ の値に無関係であるから、1.2-9図に相当する図では、 γ 軸に平行な直線群となる。(1.3-19図)。そこで、1.3-20図では、 x に対して β'_1/ν と m_1 をプロットして、判別図表にした。 m_1 は、(1.2.1.)式の m に相当する。

$$m_1 = \frac{-1}{2\pi(\alpha_1/\nu)} \quad (1.3.25)$$

これは、減衰時定数が、自然振動の何周期にあたるかをあらわす数である。これはつねに m よりも大であるから、 β の項の振動よりも減衰がおそいことがわかる。

また、一般には、 x が 0.1 の order であるから、 $y (=R/\omega L)$ の値にかかわらず、この振動が発生する可能性がある。単相装置の自由振動は、 R_1 が小さくなると消失したが、 β_1 の振動は負荷の大小にかかわらず発生するので、3 相装置では、重負荷時でも波形が乱れる。

1.3.4.2 3 相第 1 回路状態の解の性質

附録 (3.17) 式により、X 線管の陽極、陰極の電位 v^V, v^W は、つぎのようにならわされる。

$$\begin{pmatrix} v^V \\ v^W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [Q_1^V] + [Q_1^W] & [Q^V] - [Q^W] \\ [Q_1^V] + [Q_1^W] & -[Q^V] + [Q^W] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [S_1] \\ [S] \end{pmatrix} \quad (1.3.26)$$

ここで、 $[Q]$ 等は起電力、初期値による項、 $[S]$ 等は定常項の係数と過渡項を示す行列で、それぞれ、つぎの値である。

$$[Q_1^V] = tr \begin{pmatrix} E \sin(\omega t + \theta_1) \\ V_1 \sin(\omega t + \theta_1 - \varphi_1) \\ V_1 \cos(\omega t + \theta_1 - \varphi_1) \\ \hline V_1 \sin(\theta_1 - \varphi_1) \\ V_1 \cos(\theta_1 - \varphi_1) \\ (v^V)^+ \\ (i^V)^+ \end{pmatrix} \quad (1.3.27)$$

$$[S_1] = \begin{pmatrix} [H_1] \\ \{ [K_1] \cosh \beta_1 t + [\bar{K}_1] \frac{\sinh \beta_1 t}{\beta_1} \} \varepsilon^{\alpha_1 t} \end{pmatrix} \quad (1.3.28)$$

ここで tr は転置行列をあらわす。右上の添字が V のかわりに W になるときは θ_1 が $-2\pi/3 + \theta_1$ になる。 $[H_1]$ は 3 行 1 列、 $[K_1], [\bar{K}_1]$ は 4 行 1 列の行列であって、附録 (3.5) ~ (3.12) 式と比較すれば容易に求めることができる。 $[Q]$ と $[S]$ に対しては、 θ_1 以外の文字の右下の添字 1 を除く。

(1.3.26) 式は、(+側), (-側) 双方の起電力、初期値が両極の電位に影響す

ることをあらわしているが、その中で $V_1 \sim \beta_1$ の項は係数が等しくて同符号で、 $V \sim \beta$ の項は係数が等しくて異符号である。単相全波整流型装置においては、

$$[Q_1^V] = -[Q_1^V], [Q^V] = -[Q^V] \quad (1.3.29)$$

であるから、 $V_1 \sim \beta_1$ の項は消失し、 $V \sim \beta$ の項は倍加される。その結果、 v^V は、単相第1回路状態の解、附録(1.15)式と一致する。電流 i^V, i^V についても同様である。

そこで単相第1回路状態の等価回路(1.1-16図)をみると、これは、3相第1回路状態の等価回路、1.3-13図の接地線Gを除いた回路である。単相でも、実際は接続されているが、上下対称であるからこれを除いてもよかったわけであった。すなわち $V \sim \beta$ の項は、接地線Gがなくても発生する項である。これに対して $V_1 \sim \beta_1$ の項は、接地線Gがあるために発生する項であるから、零相回路の振動である。3相では、これが打消されないで、単相ではみられなかった重負荷時の振動が発生する。

1.3.4.3 3相第1回路状態の2種類の自由振動

(1) 重負荷時のX線管の電極電位の振動

kVp低く、mA大きくなると β の項の振動は、発生しなくなる(発生してもすぐに減衰する)が、 β_1 の項の振動はつねに発生し、減衰もおそい(1.3.4.1)。これらの振動の初期の振巾は、電圧波形では1.3-15, 17図の例に示したように主として、第2回路状態から、第1回路状態に移るとき、定常電圧の飛躍によるものであるが、kVpが低く、mAが大になるほど転流期間が長くなるので、この電圧の飛躍値のkVpに対する割合も大になる。

このようにして、3相装置において重負荷時に、X線管の電極電位に発生する定常的な奇生振動は、零相回路の振動であることを解明することができた。この振動は、文献には指適されていたが、^{(35)~(37)}理論的な解明がなされていなかったものである。

(2) X線管電圧波形には零相回路の振動があらわれない理由

つぎに、(1.3.26)式より管電圧波形を求めると、つぎのようになる。

$$v^V - v^W = 2 \{ [Q^V] - [Q^W] \} [S] \quad (1.3.30)$$

すなわち、管電圧波形では $V_1 \sim \beta_1$ の項は消失するので、零相回路の振動は、管電圧波形にはあらわれないことがわかる。このことは、1.3-15, 17図の計算例に示されている。1.3-5, 16, 18図の実験結果では、これが完全に消失していない。これは、実際の装置では、3相の回路定数が等しくないからである。


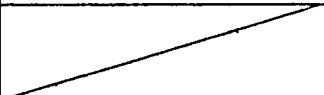
(3) 閉路時・開路時、電流遮断時の異常電圧

転流期間の終了時の電圧の飛躍は、転流のおこる側 ($[Q^V]$, $[Q^W]$ のいずれか) で大きいので、 $V_1 \sim \beta_1$ および $V \sim \beta$ のいずれの項も発生するが、閉路時には、陽極側、陰極側の電圧飛躍が異符号であるから $V_1 \sim \beta_1$ の項は打消されて、 $V \sim \beta$ の項は加算される。そこで閉路時の異常電圧は、主として $V \sim \beta$ の項によるもので、単相と同じく軽負荷時に発生し、重負荷になるほど小さくなって消失する (1.4章)。開路時、3極X線管の電流遮断時の異常電圧は、電流の初期値によるものであるが、電流初期値は、陽極側、陰極側で異符号であるから、 $V_1 \sim \beta_1$ の項は打ち消されて、 $V_1 \sim \beta_1$ の項が加算されて異常電圧になる (1.5章)。

このように、3相第1回路状態の解の中に存在する2種類の自由振動の特性によって、単相、3相両装置で発生する自由振動、異常電圧の諸特性が説明される。これをまとめると1.3-5表のようになる。

なお、3相の軽負荷時 (転流期間のないとき) には、定常状態では、回路状態の転移による電圧の飛躍が僅少であるから、異常電圧は発生しない。このことは、単相の装置と同様である。

1.3-5 表 単相，3相装置における自由振動と異常電圧

		主として $V \sim \beta$ の項の自由振動によって発生する異常電圧	主として $V \sim \beta_1$ の項の自由振動によって発生する異常電圧
回路状態転移時の電圧変化の符号 (定常項-初期値)	(+)側	+	$\left. \begin{array}{c} + \\ + \end{array} \right\} \text{またわ} \left\{ \begin{array}{c} - \\ - \end{array} \right.$
	(-)側	-	
電流初期値の符号	(+)側	+	
	(-)側	-	
β_1 の項(零相)の振動		打ち消される	加算されて顕著になる
β の項の振動		加算されて顕著になる	打ち消される
電圧変化によって発生する異常電圧	単相	閉路時異常電圧 (mA小)-1.2章	
	3相	同上 (mA小) -1.4章	
電流初期値によって発生する異常電圧		3極X線管電流遮断時の異常電圧 (mA大) -1.5章	

1.3.4.4 3相第2回路状態の自由振動

第2回路状態については，零相電流が0であるときの解を求めた。すなわち，変圧器の λ 中性点と，静電容量の接地点とを結ぶ線を切断して考えたわけで，この回路の解，附録(3.48)式中の $V_2 \sim \beta_2$ の項は，第1回路状態の $V \sim \beta$ の項に相当する。附録(3.43)式の α_2, β_2 によって，この自由振動の特性をあらわす図表を画くと，1.3-21図，1.3-22図を得る。

この場合には，自然振動の角周波数は

$$N \sqrt{\frac{2}{3}} \nu_2 \left(= N \sqrt{\frac{2}{3LK}} \right) \quad (1.3.31)$$

であるから，パラメーターとして，図中に記したような値をとった。これらの図は， $V \sim \beta$ の振動をあらわす図(1.2-9図，1.2-10図)と同じ傾向を表すので，振動の特性も同じ傾向であると推定できる。

1.3.4.5 理論値と実測値との比較

波形のオシログラムより自由振動の特性を求めて、理論値と比較する。

(1) β_1 の項の振動（零相回路における振動）

重負荷時のX線管電位の波形より、この振動の特性を分析した実測値と理論値とを、1.3-23図に比較した。X線管許容負荷の関係で、1次電圧の高いところでの測定は不可能である。図示した範囲内では、振動数、減衰定数はそれぞれ、測定誤差10%、20%内で理論値と一致している。

(2) β の項の振動

単相の場合と同じように、軽負荷時の電流波形によって特性を求めて理論値と比較した結果を1.3-24図に示した。振動数、減衰定数のいずれも実験誤差内で理論値と一致している。

この結果、第1回路状態の振動を理論的に解明することができた。

(3) 第2回路状態における振動

1.3-22図によれば、第2回路状態の発生する範囲では、 β_2 の振動の減衰は早いので観察することができない。オシログラムにあらわれる振動は、零相電流が0でないために現れる自由振動である。実験結果によれば、この振動は β_1 の自由振動よりも大きくなることはないので、実用上は、第1回路状態の振動だけを考えれば充分である。第1から第2回路状態に移るときには電圧の飛躍がないので、第2回路状態の振動の振巾は、第1回路状態のそれよりも小さくなると考えれば、実験事実を説明することができる。

1.3.5 2重3相全波整流型装置（6相装置）

の定常状態の波形 (22)-(24)

1.3.5.1 本方式の目的

1.3.2~1.3.4における研究結果として、従来の3相全波整流方式の定常状態の電圧波形について、つぎのような欠点があることを見出した。

(1) X線管の陽極、陰極の対地電位のピークの時期がずれるので、X線管を最大電圧定格まで使用することができない。正弦波形のときには定格の

0.866 倍に制限される。

(2) 陽極、陰極の対地電位に零相回路の振動が重畳するので、この値がますます低くなる。

この2点を改良するために、1.3-25図のような整流方式を採用した。これは陽極、陰極のそれぞれの電位を3相全波整流方式で供給し、管電圧としては、これら2つの直流電圧が直列に加わるようにした方式で、いわゆる、2重3相全波整流方式であるが、X線装置では6相方式と呼んでいる。この方式の欠点は、整流管の数が2倍になって、フィラメント電圧を印加するための絶縁変圧器が増加することであったが、高電圧セレン整流器が実用化されたので、この欠点も克服された。

ここで、陽極、陰極、両側の回路定数を等しくすれば、両電極の電位は、同じ波形で異符号となり、ピークの時期も一致するので、(1)の欠点が除かれる。また、欠点(2)の電位振動は、この方式では、変圧器入中性点の対地電位振動となるが、X線管電極電位には現れないことが予想される。この方式の電極の電位は、3相全波整流方式ではX線管電圧に相当するので、零相の振動は打消されるからである。

これらの事柄は、次項でのべるように、実験で確認された。

1.3.5.2 定常状態の波形

1.3-26図に、本方式の装置で測定した定常状態の波形を示す。軽負荷時、重負荷時について、それぞれ1例ずつ示したが、1.3.5.1で予想したとおりの結果がみられた。

本方式の採用と、1.4.3でのべる閉路時の異常電圧対策を用いることによって、150kVp,1000mAの3相高圧診断用X線装置の、最初の国産品を実現させることができた。

1.3.6 3相装置の管電圧図表 (25)

従来は3相装置においても、単相装置におけると同じく、変圧器の短絡試験によって管電圧図表が作られていた。この方法で、実験に用いた装置

の管電圧図表を作成すると 1.3-27 図のように平行・等間隔になる。しかし、球ギャップで校正すると、平行・等間隔にならず、しかも mA が少いときは無負荷時の線よりも上になることがわかり、この点が長い間問題になっていた。つぎに、これを理論的に説明する。

1.3-15 図、1.3-17 図の数値計算例において示されているように、重負荷時には、第 1 回路状態で管電圧がピーク値をとり、そのときの過渡項は小さいことがわかったので、定常項だけを考えればよい。管電圧 $v_1^V - v_1^W$ の定常項は、附録 (3.17) (3.11) 式によりつぎのようになる。

$$v_1^V - v_1^W \text{ の定常項} = (\varphi_{3,1} + \varphi_{4,1}) \text{ の定常項} \\ = H_{3,1} \dot{E} - H_{4,2} \dot{E} b + (H_{3,3} + H_{3,6} c) (1 - b) \dot{V} \quad (1.3.32)$$

ただし、つぎのような複素数表示を用いた。

$$\dot{E} = E \varepsilon j (\omega t + \theta_1) \quad \dot{V} = V \varepsilon j (\omega t + \theta_1 - \varphi), \quad b = \varepsilon^{-j \cdot 2\pi/3} \\ c = \varepsilon j \pi$$

これを計算するとつぎのようになる。

$$v_1^V - v_1^W = \sqrt{3} \dot{V} \varepsilon j \pi / 6$$

これにより、

$$\text{kVp 値} = \sqrt{3} V \quad (1.3.33)$$

であることがわかる。 V は附録 (1.12) 式で与えられる。ここで、負荷抵抗 R_1 は 1.3.2.3 のようにして、X 線管の $V - I$ 特性より求めた値を使用する。

こうして 管電圧図表を計算すると 1.3-28 図の実線のようになる。これを球ギャップによる実測値と比較してみる。

(1) mA が多いほど、計算による kVp が低くなるが、これは、3 相の回路定数が等しくないためである。このため、電圧降下が不均等になり、もっとも高い kVp が球ギャップで測定される。また、回路定数が等しくないために、零相回路の振動も打消されないで管電圧波形にあらわれるので計算値の kVp の方が低くなる効果も加わる。

(2) 実測値は従来の方法で作成した図表よりも、下の方でわずかに開いて

いるが、理論曲線でもこの傾向が現れた。3相装置ではmA peakとmAの差が少いので、単相のときのような大きな開きはあらわれない。

(3) 直流側に静電容量がなければ、無負荷時のkVpは $\sqrt{3}E$ になるので、図中の点線(3相)で示されるが、静電容量があるので陽極、陰極の電位がそれぞれ平滑化されて $2E$ になる。これを図中の点線(平滑)で示す。これは実測値と一致する。100mA以下では、kVpが高いと、実測値が2つの点線の間にくるのは、この影響である。これは、従来の管電圧図表では全然考慮されていなかった事柄である。

以上のように、管電圧の平滑化現象とX線管の $V-I$ 特性を考慮に入れて、測定結果を理論的に説明することができたので、従来よりも正確なkVpが得られるようになった。

2重3相全波整流型の装置における実測結果を1.3-29図に示す。ここでも(1)(2)と同様な傾向が得られたが、これは3相全波整流装置を直列に接続した方式であるから、上述の理論によって実測値が説明されると推定できる。この装置では(3)の効果はなくなるので、この点もこの方式の特長になる。1.3-28図にくらべて電圧降下が大きいのは、セレン整流器の等価抵抗値が、整流管にくらべてはるかに大きいからである。

1.3.7 結 論

本章において、筆者は、まず、3相全波整流型X線装置の高電圧回路の定常状態の波形を測定して、X線管のかわりに抵抗を接続したときの結果と比較した結果、X線管を、 $V-I$ 特性から求めた等価抵抗でおきかえてもさしつかえないことを確めた。つぎに、ケーブルの容量が増加すると転流期間における零相電流の大きさが増加するにもかかわらず、基本波形は殆んど変化せずに、重畳する自由振動の振巾だけが変わることを実験でたしかめた。そこで、抵抗負荷で転流期間(第2回路状態)の零相電流が0の場合について、「第3類断続回路解析法」で装置の等価回路の解析をおこなって波形を理論的に求め、実測波形との一致することを確認した。回路状態の転移時期は、一周期の初期の位相と終期の位相が一致するまで図解法を繰り返すことによって求められた。この方法を、零相電流があ

る場合に適用したときの誤差を算定する方法をのべて、現在の装置の回路定数の範囲ではこの方法を適用しても実用上差支えないことを確めた。一方現在の整流方式の根本的な欠点を見出して、整流方式を改良した。最後に、 kVp の値（管電圧図表）を、理論と実験の両面から検討した。本章における成果を要約すればつぎのようである。

(1) 高電圧発生装置の等価回路

1.3-3図のような集中定数回路として扱ってよい。

(2) X線管の等価回路

$V-I$ 特性の変動の範囲がせまいので、中点における等価抵抗 V/I を用いればよい。

(3) 波形の特長

(i) 重負荷時においては、整流器の転流期間が生ずる。この期間は、X線管の等価抵抗値が小さいほど長くなる。

(ii) この期間の終了するときに自由振動が発生する。（ β_1 の項の振動・零相回路の振動）これは、X線管電極の電位波形では顕著である。管電圧波形では、打消されて小さくなる。この振動の特性は、負荷抵抗に関係なく一定であって、もう一つの自由振動よりも減衰がおそい。

以上の2つのことは、単相装置ではみられなかった現象であって、とくに(ii)の振動については、古くから文献に指適されていた問題点であったが、これを理論的に解明できた。

(iii) 軽負荷時には、転流期間がなく、もし直流側にケーブル等の静電容量があれば、管電圧が平滑化される。

(iv) 軽負荷時には、単相の装置と同じ特性の自由振動（ β の項の振動）が発生し、とくに、高電圧変圧器の中性点電流において著しい、この振動は、3相装置における閉路時異常電圧の大部分を占める。残りの部分は零相回路の振動による。

(v) X線管両極電位のピークの時期がずれるので、X線管電圧として、定格の0.866倍までしか印加できない。 β_1 の項の振動があるので、この数値がさらに低下する。これは従来の整流方式の根本的な欠点であった。

(4) 2重3相全波整流方式(6相方式)

この欠点をのぞくために、従来の3相全波整流方式を2個直列に接続した方式を採用して、良好な結果を得た。

(5) 管電圧図表

(i) 下の方で開く現象

$V-I$ 特性から求めた等価抵抗値によって、理論解析で求めた第1回路状態(転流期間ではないとき)の定常項の振巾を計算しても、下の方でわずかに開く傾向がある。実測値は、この理論値よりも電圧降下が少くなっているが、その原因は、3相の回路定数の不平衡によるものである。重負荷になるほどこれが著しい。 mAp と mA 平均値の比が、単相のときよりも小さくて1に近いので、下の方の開き方はわずかである。

(ii) 管電圧が平滑化される影響

管電圧が平滑化される範囲では、無負荷電圧が $2E$ になるので、3相の無負荷電圧 $\sqrt{3}E$ よりも上昇する。ただし E は1相の電圧のピーク値である。6相方式の装置では、この欠点が除かれている。

この2点を考慮することによって、従来の電圧表と実測結果とが一致しない理由を見出して、 kVp をより正確にすることができた。

1.4 章 3相全波整流型X線装置の 閉路時の過渡現象と異常電圧

1.4.1 緒 論

3相全波整流型X線装置では、1.3章でのべたような、定常状態に関する問題のほか、閉路時の異常電圧が発生することを、電圧波形の測定によって確めた。これを、理論的に解析した結果、振巾のうちの大部分が単相装置の場合（1.2章）と同じ種類の自由振動によるものであることがわかったので（1.3.4.3）、本章では、とくに、異常電圧について3相装置に特有な事項をのべる。

1.4.2 閉路時異常電圧の測定結果と解析

1.4.2.1 測 定 結 果

従来の3相全波整流型装置では、高電圧変圧器の1次側のX線開閉器を、3相同時に投入していた。このような開閉方式を用いたときの、閉路時のX線管電極の電位の波形を1.4-1図、1.4-2図に示した。1.4-2図はkVpを一定としてmAを変化せしめたものである。閉路時の異常電圧は、単相のときと同じ傾向を示し、mAが少いほど大きくて、mAが大になれば発生しなくなる。1.4-1図は、閉路位相を変化せしめたときの異常電圧の様子を示す。単相のときとちがって、3相の電圧のうちの2相は、かならず、そのピーク値の $\frac{1}{2}$ 以上になっているので、3相同時投入法では、位相をどのようにかえても、自由振動の発生条件内にあればかならず異常電圧が発生する。これは、従来の3相装置の欠点の一つであった。

閉路時における相の電位が大きいほど、異常電圧が大きくなることは、単相の装置と同様である。また、X線管電圧の異常電圧も、両極の電位差が最大の点（相電圧のピークから $\pm 30^\circ$ 離れた時期）で最大である。

1.4.2.2 異常電圧の値の解析⁽¹⁴⁾

閉路したときから 最初の振動のピーク値迄は第1回路状態であるから、3相第1回路状態の解(1.3.5)式より、陽極、陰極の電位 v_1^V, v_1^W として、つぎの式を用いるとよい。

$$\begin{pmatrix} v_1^V \\ v_1^W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_{31} \\ \varphi_{41} \end{pmatrix} \quad (1.4.1)$$

ここで、 $\varphi_{31}, \varphi_{41}$ は附録(3.1.1)式に示されている。

(1) X線管電極の異常電位

v_1^V について考える。位相角 90° 付近で異常電圧が最大になるので、附録(3.1.1)式の φ_{31} で つぎのような近似をおこなう。

$$\left. \begin{aligned} \sin(\theta_1 - \varphi_1) + \sin(-2\pi/3 + \theta_1 - \varphi_1) &= 1/2 \\ \cos(\theta_1 - \varphi_1) + \cos(-2\pi/3 + \theta_1 - \varphi_1) &= \sqrt{3}/2 \\ \sin(\theta_1 - \varphi) - \sin(-2\pi/3 + \theta_1 - \varphi) &= 3/2 \\ \cos(\theta_1 - \varphi) - \cos(-2\pi/3 + \theta_1 - \varphi) &= \sqrt{3}/2 \end{aligned} \right\} \quad (1.4.2)$$

また、回路定数を考慮すると

$$V_1 = V = \text{定常項ピーク値}$$

としてもよいので(1.2.2)式と同じ意味の γ の値はつぎのようにあらわされる。

$$\gamma \leq \frac{1}{4} \varepsilon^{-\frac{1}{2m_1}} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\pi m_1}\right)^2} + \frac{3}{4} \varepsilon^{-\frac{1}{2m}} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2\pi m}\right)^2} \quad (1.4.3)$$

ここで、第1項、第2項はそれぞれ β_1, β の項の振動による値で、両者のピークの時期が一致すれば等号が成り立つが、一致しないときは、大きく見積ることになる。おのおのの項は、単相装置において得た式と同形であるから、振動の特性の判別図表(1.3-20図、1.2-10図)から m_1, m を求めて1.2-11図から γ を求め、それぞれ $1/4, 3/4$ 倍すれば得られる。 β_1 の項の振動は負荷抵抗に関係しないが、 β の振動範囲が $V-I$ 特性の $2V_0$ より上であるときは、1.2.3.5にしたがって前式の第2項に $1 - (V_0/V)$ をかけて補正すればよい。

この方法で算定した γ と、実測値を比較すると、1.4-3図を得た。管電流の少い方で実測値が0.1ほど上廻るのは、単相装置と同様である。管

電流が多くなると、理論値が上廻るのは、 β_1 と β の振動数に差があるので、ピーク値が、前式の右辺よりも少くなるためである。

(2) X線管電圧の異常電圧

3相第1回路状態における管電圧はつぎのように計算される。

$$\begin{aligned}
 v_1^V - v_1^W &= \varphi_{31} - \varphi_{41} \\
 &= \sqrt{3} V \sin(\omega t + \theta + \pi/6 - \varphi) \\
 &\quad - \sqrt{3} V \sin(\theta + \pi/6 - \varphi) \varepsilon^{\alpha t} \cosh \beta t \\
 &\quad - \sqrt{3} V \left\{ \omega \cos(\theta + \pi/6 - \varphi) + \nu \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{y} \right) \sin(\theta + \frac{\pi}{6} - \varphi) \right\} \\
 &\quad \times \varepsilon^{\alpha t} \frac{\sinh \beta t}{\beta}
 \end{aligned} \tag{1.4.4}$$

これは、単相装置における電圧 v をあらわす附録(1.9)式において、 V 、 θ のかわりにそれぞれ $\sqrt{3} V$ 、 $\theta + \pi/6$ を入れた式にほかならない。故に、3相装置において、管電圧の異常電圧を算定するには、単相装置のときとまったく同じ方法で、(1.2.4)式の γ_s を求めればよいことがわかる。

この計算結果と実測結果●を比較すると1.4-4図を得た。mAの少ないところでも理論値の方が上になるのは、今迄の結果と異なるが、mAの少ないときの定常項が $\sqrt{3} V$ ではなくて $2 V$ に近いこと(1.3.6)を考慮して実測値を修正すれば、○のようになるので、実測値の方が0.1以内の差で大きくなって、今迄の結果と一致する。

1.4.3. 閉路時の異常電圧の防止方法

防止方法は、単相のときと同じく、抑制抵抗による方法と、位相を調整する方法とに分けられるが、3相同時投入法を使用するときは抑制抵抗によらなければならない。これに対しては、単相でのべた方法(1.2-17図)を使用すればよい。kVp調整用オートトランスがV結線であれば、1.2-17図の装置が2個必要で、 Δ 結線ならば3個が必要である。

つぎに、位相調整であるが、3相同時投入法では、閉路位相をどこへもってきても異常電圧が発生するので、2段か3段に閉路せねばならない。2段に投入する方法と、そのときの閉路時の陽極、陰極の電位波形を1.4

5 図，1.4-6 図に示した。いずれも 1 相を，その位相角の 0° 附近で閉路し，他の 2 相を 90° おくらせて投入する。1.4-5 図では，電位の飛躍がピーク値の $\frac{1}{2}$ であるから，たとえ異常電圧が発生しても，ピーク値を越えないのでさしつかえない。⁽⁴⁶⁾ 1.4-6 図では，W，U 相の端子に，V 相の半分の電圧が (b) 図の点線のように誘起されているので，2 段目の接点を閉路するときにも電圧飛躍がない。⁽²⁶⁾ これらの方法を適用した結果両図の (c) のように異常電圧が防止された。

この方法を，2 重 3 相全波整流型装置に適用しても同様な効果をあげることができたので，現在の 3 相装置では，この方法が採用されている。

1.4.4 結 論

本章において，筆者は，3 相全波整流型 X 線装置の閉路時の波形を測定して，単相装置におけるのと類似な特性の異常電圧が発生することを見出した。従来の装置では，3 相を同時に閉路するので，かならず，どれか高圧の相が閉路されて異常電圧が発生する。この特性は 1.2 章および 1.3 章の理論によって解析されているので，その理論によって異常電圧の大きさを算定する近似式を導いて実測値と比較した。この結果，3 相装置に特有な防止対策を確立することができて実用化されている。本章の結論として，つぎのことが云える。

(1) 3 相装置における閉路時の異常電圧の振巾の大部分は，単相装置のそれと同じ性質の自由振動 (β の項) によるもので，残りは 3 相装置特有の自由振動 (β_1 の項) である。したがって，単相の場合と同じように，kVp が高く，mA が少いほど，大きな異常電圧が発生する。kVp が低く，mA が大きくなって， $V-I$ 特性の傾斜 $\Delta V/\Delta I$ が一定値より小さいときには発生しない。

(2) X 線管の両極の電位に対する異常電圧は (1.4.3) 式で算定され，管電圧に対する異常電圧は，単相のときと同じ方法で算定される。いずれの場合も，単相の場合 (1.2 章) に作成したグラフをそのまま使用することができる。mA の少い場合に対しては，理論値に，定常状態におけるピーク

値の 10 % だけ多く見積っておけば安全である。

(3) 防止方法として、つぎの 2 つを検討して、良好な結果を得た

(i) 単相のときと同じように、1 次側に抑制抵抗を挿入する方法

(ii) 電圧飛躍がおこらないように、2 段にわけて閉路する方法 (1.4 - 5 図, 1.4 - 6 図)

1.3 章ならびに本章の研究の結果、従来の 3 相全波整流型装置の高電圧回路の問題点を把握することができたので、従来の整流方式の欠点を是正し、閉路時の異常電圧を防止することができた。その結果、昭和 35 年 4 月に 125 kV_p、36 年 4 月に 150 kV_p の 3 相高電圧装置を、国産品として、最初に実現させることができた。

1.5 章 単相および3相装置における 開路時の過渡現象と異常電圧

1.5.1 緒 論

高電圧変圧器1次側の接点を開いてX線管電力の供給をしゃ断する場合の異常電圧は、実際には、問題にならないが、3極X線管を使用するときは、格子制御によって管電流を急激にしゃ断するときに、大きな異常電圧が発生する。

本章では、主として後者についてのべる。

1.5.2 開路時の異常電圧

高電圧変圧器の1次側を開路するときには、高電圧ケーブルの静電容量が小さくてmAが小さいときに異常電圧が発生する。1.5-1図に3相装置の管電圧波形における異常電圧のオシログラムを、1.5-2図に異常電圧の測定値を示す。この波形の解析は、アークを含むので複雑になる。しかし、実際の装置では、ケーブルが1000 pF以上であるから、この異常電圧を問題にしなくてもよいことが実験で確められたので、ここでは理論的な検討をおこなわない。

1.5.3 3極X線管の電流遮断時の異常電圧

1.5.3.1 単相全波整流形X線装置における3極X線管の格子制御方法 変圧器式X線装置で3極X線管を使用するときには、つぎのようにする。

まず、格子電圧を十分負に保った状態で、高電圧変圧器の1次側を電磁開閉器のような機械的な接点で閉路して、陽極電圧を印加する。この状態では、管電流は流れない。つぎに、電流を流したい期間だけ格子電圧を0にすると、X線管が導通状態になり、管電流が流れてX線をバク射する。格子電圧パルスの加え方として、現在1.5-3図に示すような2つの方法が考えられている。(a)は、正弦波電圧全部をもちいる方法で、(b)は管電圧の高

い部分の有効線量だけを用いて、効率を高めようとする方法である。⁽⁴⁷⁾ この図は、模型的に図示したものであるから、実際はもっと複雑な波形になる。

このような装置では、管電流を流しはじめるときはすでに管電圧が印加されているので、回路状態が変わるときの電圧飛躍は負方向であって僅少であるから、異常電圧は発生しない。以下では管電流シャ断時に関して考察する。

1.5.3.2 異常電圧の大きさ (17) (18)

単相装置で、3極X線管の電流がシャ断されたときは、単相第1回路状態(1.1-16図)の負荷 R_1 が無限大になった状態になるので、附録(1.7)(1.9)式で

$$1/y \rightarrow 0$$

とすれば、波形が求められる。そこで、問題とする電圧波形はつぎのようになる。

$$v_c = \varphi_{c21} + x_{c21} \dot{v}_c^0 + x_{c22} \ddot{v}_c^0 \quad (1.5.1)$$

ただし

$$\begin{aligned} \varphi_{c21} &= V_c \sin(\omega t + \theta'' - \varphi_c) - V_c \sin(\theta'' - \varphi_c) \varepsilon^{\alpha_c t} \cos \beta'_c t \\ &\quad - V_c \left\{ \omega \cos(\theta'' - \varphi_c) + \frac{\nu x}{2} \sin(\theta'' - \varphi_c) \right\} \varepsilon^{\alpha_c t} \frac{\sin \beta'_c t}{\beta'_c} \\ x_{c21} &= z \nu \varepsilon^{\alpha_c t} \frac{\sin \beta'_c t}{\beta'_c} \\ x_{c22} &= \varepsilon^{\alpha_c t} \left\{ \cos \beta'_c t + \frac{\nu x \sin \beta'_c t}{2 \beta'_c} \right\} \end{aligned} \quad (1.5.2)$$

$$\alpha_c = -\nu x / 2, \quad \beta'_c = \nu \sqrt{1 - (x^2/4)}$$

$$V_c = E / \sqrt{\left\{ 1 - \left(\frac{\omega}{\nu} \right)^2 \right\}^2 + \left(\frac{\omega x}{\nu} \right)^2}$$

$$\tan \varphi_c = \frac{\omega x}{\nu} / \left\{ 1 - \left(\frac{\omega}{\nu} \right)^2 \right\} \quad (1.5.3)$$

であり、 ν 、 z 、 x は附録(1.3)(1.4)式に示されている。 θ'' は、管電流

し・断時の、電源電圧に関する位相角である。

(1.5.1)式第1項の過渡項と、第3項はたがいに打消すので、第2項が異常電圧として、定常項に加えられる。管電圧は $2v_c$ であるから異常電圧分のピーク値はつぎのように近似される。

$$2 i_c^0 z e^{-\frac{\pi x}{4}} \quad (1.5.4)$$

ただし、回路定数を考慮して、 $\beta'_c = \nu$ とした。

(1.5.4)式によって、この種の異常電圧は、し・断時の電流瞬時値に比例することがわかる。また、閉路時の異常電圧は、定常状態のkVp値の2倍を越えなかったが、この異常電圧は、回路定数の如何によっては、いくらでも大きくなることがわかる。1.5-4図に波形の測定例を示し、1.5-5図に異常電圧の大きさの理論値と実測値を比較する。ただし、この装置は1.1章、1.2章で用いた装置ではなくて、つぎのような回路定数で、ケーブルをつけないで実験をおこなったものである。

$$L = 7.33 \text{ H}, C_1 = 400 \text{ pF}, R_2 = 20.1 \text{ k}\Omega$$

この図において、理論値と実測値は実験誤差3kV内で一致しているので、(1.5.4)式が妥当であることがわかる。

1.5.3.3 異常電圧の防止方法

し・断時の電流瞬時値が0の附近であれば異常電圧が発生しないので、適当に位相を制御すればよい。その一つの方法として、1.5-6図のようなタイマを採用して良好な結果を得た。⁽⁴⁸⁾図において、ネオンランプNがついている間だけ3極X線管Xに管電流が流れるが、その点滅の位相をピーキングトランスP.T.で制御する。ピーキングトランスの1次側は、移相器P.S.に接続されているので、適当に位相を調整することができる。 C, R は時間制御用の C, R である。

計数放電管を使用する方式のタイマと3極X線管を組合わせた連続撮影用X線装置⁽⁴⁹⁾においても、放電管に加えるパルスの位相を制御することによって異常電圧を防止している。

つぎに、単相装置で1.5-3図(b)のような場合、またわ、3相装置の場合には、電流の0点でし・断することができない。このときは、3極X線

管の電流を急激にしゃ断せずに少し時間をかければよい。その一つの方法として 1.5-7 図を用いた。⁽⁵⁰⁾ 図において、ネオンランプの光は矩形波であるが、コンデンサ C_0 を挿入して、P の光電流が急激にしゃ断されても、 C_0 の電荷が R_1 を通して放電するので、3 極 X 線管 X の格子電圧が除々に負になる。これを、実験的に検討した結果図に示したような回路定数にして、異常電圧を防止することができた。

1.5.4 結 論

本章において、筆者は、3 相および単相全波整流型 X 線装置における開路時の管電圧を測定して、とくに、3 極 X 線管電流遮断時には、大きな異常電圧が発生することを見出して、その大きさを理論的に求めた。また、防止対策を検討して良好な結果を得た。本章の結論として、つぎのことが云える。

(1) 高電圧変圧器の 1 次側を機械的な接点で開閉する装置（現在の装置の大多数がこれである。）では、ケーブルがあるために異常電圧が発生しない。

(2) 3 極 X 線管の電流遮断時には、(1.5.4) 式で示される異常電圧が、定常状態における管電圧に重畳する。これは、条件の如何によって、無制限に大きくなり得るものである。

(3) 防止対策として、つぎの方法を用いればよい

(i) 単相装置で、管電流の 0 付近で遮断できる場合には、適当な位相制御装置を用いて遮断する。その 1 例を 1.5.4 図に示した。

(ii) 3 相装置のように、管電流が流れているときに遮断する場合には、格子電圧を除々に負に近づける。その 1 例を 1.5.5 図に示した。

本章の研究の結果、3 極 X 線管を使用した連続撮影装置が、実用化されて、数ヶ所で使用されている。

第 2 篇

高電圧波形がX線写真におよぼす効果

第2篇の研究に関する歴史的展望

X線管の電圧、電流波形と写真効果の関係を究明する試みが、わが国でなされるようになって、2, 3の成果が発表されている。中堀、田中氏他は、波尾切断型コンデンサ装置と3相装置について、理論的に研究をおこない、⁽⁵¹⁾ 青柳氏は、実験的に高電圧波形と螢光量の関係を求めている。⁽⁵²⁾ 筆者は、中堀氏の写真効果の表示法をさらに発展せしめ、これと第1篇で詳細に検討した波形とを組合わせて、主として実験的に研究をおこなって波形から写真効果までを結びつける方法を与えた。

X線の発生から写真効果の表示までには、つぎの段階を経なければならぬ。

(1)管電圧、管電流波形、(2)X線放射と被写体によるX線の透過、(3)増感紙の発光、(4)写真効果の表示法

これらの各項目については、過去に、つぎのような研究がおこなわれている。まず、波形と放射X線・透過X線の関係については、Francis他⁽⁵³⁾ Chamberlain他⁽⁵⁴⁾は、いずれも、機械的な整流器を使った単相装置と、整流管を使った単相装置の透過特性を実験的に比較し、関戸氏、他は定電圧(グライナツヘル型)、3相、単相装置について同じことをおこなっている。^{(55) (56)}

X線のスペクトル分布と吸数特性がわかっておれば、上述の関係を理論的に求めることができるが、スペクトル分布はいまだ明らかにされていない。教科書に出ているUlreyの曲線は校正が不充分であり、⁽⁵⁷⁾ Kulenkampffの実験式は12kV以下に対する値である⁽⁸⁾ また、Kramersの理論式は、陽極によるX線の吸収が考慮されていない。⁽⁵⁸⁾ EddyはUlreyの曲線をもとにして、定電圧、および機械的整流波形について、スペクトル分布とCuの透過特性を計算している⁽⁵⁹⁾ また、Jenningsは、定電圧および実測した単相整流波形について、Kramersの式で透過特性を計算し、線量測定値と比較して、筆者の結果と同じ傾向のずれを示しているが、その理

* 現在は使用されていない。

由が全然検討されていない。⁽⁶⁰⁾ このように、波形と線量比、透過特性の実験値が過去に発表されているが、発生装置、管球、管球容器の構造が現在とちがう上に、kVp、波形の測定精度も問題であるから、現在の装置に適用することはできない。そこで、筆者は、現在の代表的な装置について、諸特性を測定した。

増感紙の蛍光量特性については、撮影条件に直結するデータが数多く発表されているが^{(61)~(67)}、もっとも基礎的な特性に関する研究がおこなわれていないので、X線スペクトル分布、あるいは透過特性と結びつけることができない。そこで、筆者は、線量透過特性と結びつける方法を、実験的に導いた。以前は、蛍光量の測定器がなくて、フィルム法で蛍光量を測定していたので、この方面の研究がおこなわれていたものと思われる。

写真効果を表わす量として、対照度と鮮鋭度が用いられる。これに関して、物質の減弱曲線と結びつけた研究もあるが、⁽⁶⁸⁾ 実際に写真を撮影して、実験的に求めた論文が多くて、^{(69)~(72)} 結果が生ずる理由を追求していない。濃度レベルとの関係について、小柳氏は、とくにフィルムの低濃度部の示現できる厚さに関して研究をおこなっている。⁽⁷⁴⁾ しかし、広範囲の厚さに対して、すなわち濃度域全体にわたって対照度を大きくするような研究はおこなっていない。管電圧との関係について、小柳氏は、単相装置について、とくに詳細に実験を行っている。⁽⁷³⁾ しかし、波形との関係については論じていない。本研究によれば、従来の装置では、mAが多くなればkVpの誤差が大きくなっていったと推定できる。また、同一装置でmAをかえたときにkVpを等しくできたとしても、X線管の $V-I$ 特性が変れば、線量が著しく変化することも確めたが、いずれも、管電圧が低いほど著しくなる現象であるから、変圧器式の装置で実験された過去のデータは、低電圧大電流部分に関しては、あまり信頼することができない。

X線写真の最適濃度（被写体の厚さの差を、肉眼でもっとも識別しやすい濃度）と濃度範囲に関しても、従来、経験的に得られた値が一般に通用していたが、その理由はわからなかった。^{(75)~(84)} 筆者は、視覚とフィルム特性を結びつけることによって、これらの存在する理由を解明して、「よい写真」の意味をあきらかにすることができた。一方、筆者は、単相、3

相両装置について、精密に kVp と波形を測定して較正し、同一 X 線管に交互に接続して測定をおこなったので、高電圧波形から写真効果までを一貫してまとめることができた。各段階ごとに分解して検討してあるので、何か条件が変わった場合でも同じ方法を適用すればよいので、この方法は一般性がある。

2.1 章 管電圧の脈動と透過X線量・増感紙⁽¹⁰⁴⁾⁽¹⁰⁶⁾

蛍光量の関係

2.1.1 緒 論

第1篇でのべた高電圧回路の波形のうちで、放射X線の性質に関係するのは、X線管電圧波形とX線管電流波形である。この両者は、 $V-I$ 特性で関係づけられている。従来の管電圧図表を使ったときには、kVpが誤っていたので、同じkVpのまゝでmAをかえると写真効果が異っていた。しかし1.1章、1.3章において改良した管電圧図表を使用するときは、kVp、管電圧の脈動率に対するデータと、mAピーク値の効果を補正するデータ（単相低電圧大電流のとき）とがあれば、透過X線の特性を算定することができる（2.3章を参照すること）。そこで、本章では、平滑化されるとき代表として定電圧波形を選び、これと単相および3相の代表的な波形を各kVpに対して1つずつ選んで、この3つの管電圧波形によって発生するX線の被写体透過特性、このX線による増感紙蛍光量の特性について、実験的に究明する。理論的な面については、X線スペクトル分布が未だ明らかになれていないので線量透過特性を計算で正確に求めることができないが、低管電圧において得られたKulekampffの実験式⁽⁸⁾を本研究の高電圧領域に拡張してスペクトル分布を試算した結果と、線量測定結果とを比較して、この実験式の適否を検討してみる。また、X線の透過特性と蛍光量の関係について簡単な関係があることを見出したので、それについてのべる

2.1.2 測定装置と方法

X線発生時の電氣的条件とX線写真との相互関係は、管球の固有濾過、管球の附加フィルタ、管球からの距離、被写体の吸収および散乱の特性、照射野の大きさ、散乱線除去法、増感紙、フィルムの特性、等の因子によって左右されるので、たとえ定電圧であってもひじょうに複雑になる。し

かし、本研究の対象になった装置は医学診断用であるから、人体の直接撮影*を対象として、電気的条件と被写体の厚さだけをかえるようにして測定をおこなった。以下においてその概要をのべる。

2.1.2.1 電気的条件

管電圧波形として、定電圧、3相全波整流、単相全波整流の3種を比較するために、第1篇で用いた単相および3相装置とX線管を使用した。X線管に標準ケーブル(1520pF)を接続して、2つの装置を交互に切換えて使用したので、X線管からあとの条件を変えずに比較することができた。各波形に対して、kVpを変えても管電圧の脈動率が変わらないように、つぎのようにmAを調整し、kVp値と1次電圧の関係を球ギャップで精密に校正しておいた。

- (1) 単相装置整流波形 — 単相装置で、管電圧が平滑化されないように100mA一定とした。
- (2) 3相全波整流波形 — 3相装置で、管電圧に3相不平衡がなく、脈動率が 0.30 ± 0.02 になるように、kVp値に対してmA値を2.1-1表のように切換えた。
- (3) 定電圧波形 — 3相装置でX線管の両極とアースの間にそれぞれ $0.0075 \mu F$ を接続して、管電流値を2mA(50kVp以下)と5mA(60kV以上)にしたので脈動率は0.03以内である。

2.1-1 表

3相装置の実験で使したkVpとmAの関係

kVp	mA	kVp	mA
35	70	80	160
40	80	90	180
50	100	100	205
60	120	110	230
70	140	120	250

* 被写体を透過したX線像を、(蛍光物質で可視光線に変換しても)そのままの大ききで撮影する方法を直接撮影と云い、可視光線像をカメラで縮少する方法を間接撮影と云う。

2.1.2.2 人体と等価なファントム

日本医学放射線学会では、X線に対する人体の等価物質として、2.1-1図のようなファントムを推奨している。ここで水またはアクリライトは軟部組織の代用品、ALは骨の代用品である。それぞれ、X線の吸収係数の線質特性が類似している。⁷³⁾とくに胸部模型においては肋骨の代りにAL3mmを用いる。そこで、本研究においても、アクリライトとALの厚さをかえて測定をおこなった。アクリライトのときは、その厚さと同じ厚さの空間を、中央に作るようにした。

2.1.2.3 X線管よりあとの幾何学的条件

人体の直接撮影を対象にして、つぎのように固定した。

(1) 距離 (F.F.D)

管球焦点と線量計 (フィルム位置) の距離は、胸部直接撮影を基準にして180 cm一定とした。

(2) 管球フィルタ

軟X線を除いて、人体に吸収されるX線を減少させるために、X線管に附加フィルタをつけて総濾過を2 mm AL以上にせねばならない (医療法施行規則30条2項 昭23年厚生省令50号)。実験で使用した管球では1.4 mmのALを附加することになっているので、以下ではこの附加フィルタをつけたときのデータを示す。

(3) 照射筒 (ツープス)

2 m用照射筒を用いて、先端に鉛のしぼりをつけて、照射野をしぼり、散乱線の影響を無視できるようにした。

2.1.2.4 線 量 計

Victoreen社製のコンデンサRメータで0.25 r用 (130型) 電離槽を使用し、さらに線量の少い個所では同社製のRadoconの1 r/min用 (613型) 電離槽を使用した。この2つの電離槽は同形で、線質依存性は2.1-2図のようであるが、本研究の範囲は実効電圧20 kV以上である。そこで減弱曲線の傾斜から実効電圧を求めて校正係数を掛けて曲線を修正

する操作をくりかえしたので、測定誤差を5%以内にする事ができた。

2.1.2.5 線量測定法

ファントームからの2次線の影響を最小にするには、線源と線量計を1 m以上離して、照射野をしぼって散乱線を除去し、ファントームを中間におけばよい。⁽⁶⁵⁾ 本研究では、F.F.Dを180 cmに固定しているので、2.1-3図のような配置にした。

実際の撮影では、被写体とフィルムを密着させるか、わずかに離すだけであるから、被写体からの散乱線がフィルムに加わる。しかし、種々の方法で散乱線を除去するので、本研究では散乱線を考慮しない。

2.1.2.6 増感紙と蛍光量測定器

X線写真を撮影するときは、一般に、X線を増感紙にあてて、可視光線ないし紫外線に変換してからフィルムに感光させる。そこで、増感紙の蛍光量を測定すれば、フィルム濃度を測定する方法よりも再現性が得られて、標準現像をしたときのフィルムの感光特性と組合わせれば写真の状態を推定することができる。蛍光量検出器としては、一般に、感光特性と感度の点より光電子増倍管931Aが使用される。これらの分光感度を2.1-4図に示す。一般に、増感係数^{*}は25以上であるから、X線によるフィルムの感光は実験誤差に含まれるとして考慮しない。⁽⁶⁵⁾⁻⁽⁶⁷⁾

増感紙としては、もっとも一般的な特性をもつ 島津製FDを使用した。蛍光物質はCaWO₄である。蛍光量測定器は、光電流を時間で積分した値の相対値を指示する。実験に使用した測定器の時間特性は2.1-5図のようであるから、1秒以上のときに較正をおこなえば、誤差を2%以内にする事ができる。一方、(輝度)×(時間)と測定器の指示は、2.1-6図に示すように誤差5%以内で比例関係を保っている。横軸の輝度は、kVp

* 増感紙を使ったとき、X線で直接感光させたときに要するmAsの比で表され、同じ増感紙でも、被写体、管電圧で変る。

m Aおよび管球と蛍光板の位置を一定にして発光せしめ、光電子増倍管までの距離を4種類に変えて、逆2乗法測で算定した値である。おのこの位置で、時間を変化させて2.1-5図で較正した。蛍光板輝度を東芝5号型照度計で測定した。紫外領域におよぶ発光を可視光用の測定器と単位で測定することに問題があるが、発光のスペクトル分布はX線線質に対して変わらないので⁽⁶⁶⁾、rlxで測った輝度は蛍光量の相対値を示すものである。

2.1.2.7 フィルムの感光特性

蛍光量計で測定した結果を写真とむすびつけるときにフィルムの感光特性が必要になるが、1例として、フジ医療用直接撮影X線フィルムPXを標準現象したときの感光特性を、2.1-7図に示す。国産では、サクラ医療用フィルムがあるが、特性は現像誤差の範囲内で同一とみなしてよい。同図の横軸は2.1-6図の横軸に相当し、*濃度は、撮影の時と同様にフロントとバックの増感紙でフィルムを挟んだ場合の値である。この図によって、蛍光量の測定結果とフィルム濃度とを結びつけることができる。点線は濃度曲線の勾配を示し、濃度2.4附近で極大になり、3.3で飽和に達する。勾配は写真の対照度（コントラスト）に関係があるので図示しておいた。

2.1.3 X線の透過特性

まず、Kulenkampffの式⁽⁸⁾によってX線スペクトル（エネルギー分布）を算出し、その面積より線量を求めて実験結果と比較してこの実験式を検討する。さらに、実測した透過線量を、写真効果を推定のに便利のように図示する。

* Schwarz-Schildによれば、フィルム濃度は（輝度） \times （時間）^Pの関数である。しかし、X線増感紙の蛍光量の場合には、撮影時間が短いので、 $P=1$ とみなしてよいことがあきらかにされている⁽⁸⁷⁾

2.1.3.1 発生X線のスペクトル分布

連続X線のスペクトル分布に関して、1922年に Kulenkampff が 7kV ~ 12kV の範囲の定電圧・定電流波形について実験式を与え⁽⁸⁾ 1923 年に Kramers が理論的に比例定数を算出した。⁽⁵⁸⁾ 当時は結晶廻折を用いていたので、管電圧の範囲が制限されている。最近、NaIシンチレータを使った波高分析装置で、高電圧の連続X線スペクトルの測定が行われるようになったが、⁽⁹⁾ (88)-(92), まだ標準の分布も、実験式も与えられていないので、高電圧に対しても、つぎの Kulenkampff の式が用いられている。

$$J_d(\nu) = \begin{cases} C [Z(\nu_0 - \nu) + Z^2 b] & , \nu \leq \nu_0 \\ 0 & , \nu > \nu_0 \end{cases} \quad (2.1.1)$$

ただし

$J_d(\nu)$: 振動数 ν [sec⁻¹] なるX線の強度

C : 管電流に比例する定数

Z : 陽極の原子番号, 現在はタングステンを使用しているので
74 である。

b : 0.0025×10^{-18}

ν_0 : 最大振動数 [sec⁻¹]

放射線のスペクトル分布は横軸に光子のエネルギーをとって、いわゆるエネルギー分布の形で表示するのが普通である。振動数 ν の光量子のエネルギーは Einstein の関係式によってつぎのようにあらわされる。

$$E = h\nu/e, \quad h: \text{プランク定数}, e: \text{電子電荷}$$

適当な単位を使うとつぎのようになる。

$$E [\text{keV}] = 4.14 \times 10^{-18} \nu [\text{sec}^{-1}] \quad (2.1.2)$$

また、管電圧 ν [kV] のX線の最大エネルギーは ν [keV] であるから、 ν と ν_0 の間にも同じ関係が成り立つ。これより (2.1-1) 式はつぎのようにかきかえられる。

$$J_c(E, \nu) = \begin{cases} C' [Z(\nu - E) + 0.01035 Z^2] & , E \leq \nu \\ 0 & , E > \nu \end{cases} \quad (2.1.3)$$

ただし $J_c(E, \nu)$: 管電圧 ν [kV] のときの、エネルギー E [keV]
における 線量率と管電流の比 (mr/mAs)

C' : 比例定数

管電圧、管電流波形がそれぞれ $v(t)$ 、 $i(t)$ のときは、各瞬時のスペクトルの合成であるから、次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} J(E) &= \int_0^T J_C(E, v) i dt / \int_0^T i dt \\ &= C' Z \int_0^T \{ v(t) - E + 0.01035 Z \} i(t) dt / \int_0^T i(t) dt \quad (2.1.4) \end{aligned}$$

ただし $J(E)$: エネルギー E [keV] における線量率と管電流の比
[mr/mAs]

T : 波形の一周期 [sec]

2.1.3.2 被写体入射X線と透過X線のスペクトル分布

単色X線が物質を透過するときは、つぎのように減衰する

$$I = I_0 \cdot \exp(-\mu x) \quad (2.1.5)$$

ただし I : 透過線量、 I_0 : 入射線量

x : 透過物質の厚さ

μ : 光子のエネルギーと物質によって異なる吸収係数

である。よって、入射X線と透過X線のスペクトル分布 $I(E)$ は (2.1.4) (2.1.5) 式より求められる。

$$I(E) = J(E) \exp(-\sum_j \mu_j x_j) \quad (2.1.6)$$

ただし、 μ_j, x_j は途中の物質の吸収係数と厚さである。

吸収係数は、広いエネルギー範囲にわたって求められており、AL^③、アクリライト^④、空気^⑤については 2.1-8 図のようである。

以上の所論によって、定電圧、および 2.1.2.1 のような条件における 3 相と単相の実測波形 (第 1 篇で測定した波形) に対して計算したスペクトル分布の代表例を 2.1-9 図に示す。まず、管球焦点より発生する X 線①は脈動が増加すると、硬い方の成分 (高エネルギー) が著しく減少することがわかる。この発生線は、管球壁のガラス、絶縁油、放射窓の樹脂で吸収されて②のようになり 15 keV 以下はなくなる。さらに、管球フィルタ 1.4 mm AL を通って少し硬くなり、空気の吸収をうけて③のようになつて被写体に入射する。空気における減弱率は 2.1-2 表のようであり、軟線の方

が多く吸収されるが、軟線の割合が少ないので全体としての線質の変化は無視することができる。すなわち、距離をかえても線質は変化せず、線量は距離の逆2乗法則にしたがって減少すると考えても、実用上さしつかえない。

2.1-2 表 距離 1.8 m のときの空気による吸収

keV	吸 収 率
20	14.1%
30	11.3
40	5.08
50	4.40
60	3.91
80	3.55
100	3.34
120	3.26

ALおよびアクリライトによって吸収されたX線のスペクトルも、(2.1.6)式で計算できるが、この計算結果の代表例を2.1-10図に示した。実線、点線はそれぞれAL、アクリライトを透過した後のスペクトルである。吸収物質が厚くなるにしたがって、ピークが左に寄るのは、線質が硬くなることを示す。アクリライト10cm(胸部)を透過すると、約30kVp以下の線はなくなることがわかる。

2.1.3.3 線量測定によるスペクトル分布の考察

スペクトル分布曲線の面積は線量に比例するので、スペクトルの面積と線量測定結果とを比較してみる。

2.1-11図は、吸収物質がないときの線量で、2.1-9図の曲線③の面積に相当する。計算結果では、線量はkVpの3.3~4.8乗に比例しているが、実測結果では1.7~2.1乗である。ここで、一致しない理由を考えてみる。(2.1.1)式における第1項は陽極が薄い場合(thin target)に対して成立することが理論的に導かれているが⁽⁵⁸⁾⁽⁹⁵⁾、実際のX線管では陽極に厚さがあるので(thick target)、自己吸収がおこる。このような場合

に関しては、理論的取扱がまだなされていない。(2.1.1)式の第2項は、自己吸収によって硬い線の割合が増加することをあらわす補正項であるが、電圧に無関係な定数で表現されているので高電圧に拡張したときには殆んど無視される。そこで第1項だけを考えると、2.1-9図の実線①のようになって、発生線量はkVの2乗に比例する。吸収があれば、このべきの値はさらに増加する。しかし、補正項が大きければべきの値は減少する。高電圧に対するX線スペクトルに関しては、M, Ehrlichが、50および100kVの定電圧波形についてNaIの波高分析装置で測定して各種の校正をほどこした曲線を発表している⁽⁹⁾これを2.1-13図に示す。このスペクトルは決定的なものではないが、これを2.1-9図の①のかわりに使って③をかきなおして面積を求めると、kVの2.9乗になる。補正項が大きくなるのでkVのべきは減少して実測値に少し近づいてくる。実際のスペクトル分布は、さらに硬い線の割合が多くて補正項が大きいと考えれば、実測結果に近づいてくる。

2.1-12図は、AL, Acrylite の厚さに対する透過率を示す線量減弱曲線である。(2.1.5)式の対数をとれば

$$\log I/I_0 = -\mu x \quad (2.1.7)$$

であるから、単色X線では勾配 μ の直線になり、線質が硬いほど傾斜がゆるい。ところが連続X線では、軟い線が先に吸収されて線質が硬くなるので、減弱曲線の勾配が除々にゆるくなる。

さて、2.1-12図で、計算値は2.1-10図の透過X線スペクトルの面積を求めたものである。計算値と実測値の傾向は一致するが、実測値の方が透過率が少い。この現象も、実際のX線スペクトル分布が、Kulenkampfの式で表されるよりも硬い線が多いと考えれば説明することができる。正確なスペクトル分布の決定は、測定装置の開発に負うところが大きいから、今後の研究に待たねばならない。

2.1.3.4 写真効果を推定するための透過特性の表現法

2.1-15図に、実測した直接線の透過特性の代表例を示す。2.1-11図、の実測曲線は、このデータから求めたものである。写真効果を推定すると

きには、この図のような表現をおこなうのが便利である。X線写真の濃度レベルと対照度はそれぞれ線量と曲線の傾斜（線質）に関係するからである。2.1-15図において、kVpが低いほど波形による差が顕著に現れるのが見られ、80kVp以上では、曲線を平行移動すれば重るので線質には差がないとみなしてよい。線量の差も、低圧ほど大きくなる。脈動率が大きくなると吸収されやすい軟線の割合が多くなるので、早く吸収されるが、kVpが高くなると軟線の割合が少くなって差がなくなるからである。ALのときには アクリライトよりも曲線が彎曲する。これは、吸収係数と波長との関係が2.1-8図のようになっているので、ALの方が軟線を早く吸収するからである。これらの現象の傾向は、前項のスペクトルによる計算結果と一致している。

2.1.4 透過X線による増感紙蛍光量の特 性

X線を、増感紙で可視光線と紫外線に変換してフィルムに感光させるので、写真効果を導き出すためには透過X線による蛍光量を求めておかねばならない。

2.1.4.1 測 定 結 果

2.1-3図の線量計の位置に蛍光量測定器をおけば直接線による蛍光量が求められる。その測定結果の代表例を2.1-16図に示した。これは2.1-15図の透過線量と対応する。両者は同じ傾向を示すが、蛍光量の方は、低圧における減弱曲線の曲り方が少くなる。これについて次項で考察をおこなう。

2.1.4.2 線量と蛍光量の関係

増感紙の特性は数多く発表されているが、(61)-(67)(73)いずれも、特別な被写体に対して一定濃度を得るに要するkVp,mAs,mrの関係を示した実用的データであって、線質と蛍光量の関係、あるいは単色X線に対する発光特性を求めた基礎データが発表されていない。発光の理論的研究もなされていない。そこで、筆者は、2.1-15図と16図によって、蛍光量の線質

依存性をプロットしてみた。横軸は、減弱曲線より求めたAL半価層および実効電圧^{*}である。半価層と〔蛍光量／線量〕の相対値との関係を2.1-14図に示すが、管電圧波形に関係なく、一本の線にまとめることができた。Acryliteを透過したX線についてAL半価層を測定した結果も同じ線の上にくる。よって、9 mmALを基準にした較正係数は、図の縦軸の k となるので、線量と蛍光量はつぎの関係であらわされる。

$$\text{線量} [\text{mr}] \times 3.88 \times 10^{-3} \cdot k = \text{蛍光量} [\text{rlx} \cdot \text{sec}] \quad (2.1.8)$$

以上の結果、線量から蛍光量を求めるときの較正係数が、AL半価層あるいは実効電圧で表現されることがわかったので、写真効果を求めるための基礎データを一つ追加することができた。

2.1.5 結 論

本章において、筆者は、写真効果を求めるための基礎データとして、単相、3相、および定電圧波形に対する透過X線ならびに蛍光量の特性を実験的に求め、その過程と結果において、つぎの結論を得た。

- (1) Kulenkampffの実験式と、管電圧、管電流の実測波形とを組合わせて発生X線および被写体への入射X線のスペクトル分布を計算して、エネルギー分布の形式で図示した。その結果、脈動率が悪くなると最高エネルギー部分が著しく減少すること、管球壁と管球フィルタによって20keV以下の光子がほとんど吸収されてしまうことがわかった。
- (2) 上の分布と、吸収係数によって、被写体の透過X線のスペクトル分布を計算して図示した。これによって、被写体が厚くなるほど、高エネルギーの光子の割合が増加する様子がわかる。
- (3) スペクトル分布曲線下の面積を計算した結果と、線量を測定した結果とを比較すると、kVp値、管電圧の脈動、被写体の厚さの変化に対して、計算値の方が大きく変動する。この現象は、陽極の自己吸収によって、実際の分布がKulenkampffの式で表わされるよりも硬くなっていると考えれば定性的に説明される。最近、別の方法で求められたスペクトル分布が、

* 同じAL半価層を示す単色X線の光子エネルギー〔keV〕を〔kV〕として表わした値

筆者の説明を裏書きしている。

(4) 線量透過特性の実験結果によれば、80kVp以下では、脈動の大きい方が線質が軟く、80kVp以上ではほとんどかわらない。ALはアクリライトよりも、厚さに対する線質の硬化が大きい（減衰曲線の曲り方が大きい）。波形の差による透過線量の差は、kVp値が低いほど大きくなる。これらの現象の傾向は、スペクトルの計算結果と一致した。

(5) X線量と増感紙の蛍光量との関係は明らかにされていなかったが、筆者は、本研究の過程において、蛍光量と線量の比が、線質（AL半価層あるいは実効電圧）によってきまることが実験的に見出して、高電圧波形と写真効果を結びつけるための基礎データを一つ追加し、空白を埋めることができた。

(6) 写真効果と結びつけるのに便利のように透過特性を図示した。（2.1-16図）蛍光量特性については、(4)の線量透過特性と同じことが云えるが、減弱曲線の曲り方が減少し、厚さの薄いところでは、kVpならびに波形による差が線量のときより大きくなる。

2.2 章 管電圧の脈動と写真効果⁽²⁸⁾⁽¹⁰⁵⁾⁽¹⁰⁸⁾

2.2.1. 緒 論

X線写真の効果は、画面の各点における効果を、全画面に対して総合した値で表示せねばならない。各点における効果は、つぎのように2つの量で表示される。

2.2 - 1 図のような2種の厚さの階段よりなる物質のX線写真の濃度は同図(b)のようになる。厚さのちがいは対照度 (Contrast) $D_1 - D_2$ であらわれ、境界線はぼけて、巾 U の間で濃度が除々にうつりかわる。 U をボケ不鋭度、非鮮鋭度 (Unsharpness) 等と名づけている。筆者は、このほかに総合的效果をあらわす量として、「表現される厚さの範囲」を考えねばならないことを見出した。これは対照度と相反する量で、一方を大きくすればそれだけ他方は小さくなる。一つの厚さにおける対照度を考えて、これが大きいほど写真効果がよいと云う今迄の考え方は誤りである。

「対照度」と「表現される厚さの範囲」とは線質によってきまる量で、蛍光量減弱曲線から求められる。非鮮鋭度は、一定濃度レベルを得るに要する線量によってきまる量で、焦点・フィルム間距離と撮影時間に関係する。

現在、X線写真の「良さ」を表示する明確な基準がなく、医師とX線技師が種々の被写体をうつして、主観的に撰別した結果を統計的に処理した濃度レベルの基準が、一般概念として通用している。筆者は、照明工学で用いられている視覚の概念を、写真濃度に適用することによって、「対照度」と「表現される厚さの範囲」との見地より、医学者が撰別した濃度レベルの根拠を見出すことができたので、この根拠にしたがって、一般概念と矛盾することなしに、「良い写真」の意味をあきらかにするとともに、その基準を与えることができた。本章では、さらに、この基準に合うような「最適撮影条件」を2.1章で求めた基礎データから導く方法を確立して、これに基いて管電圧の脈動と写真効果の関係を究明する。終りに、最適撮影条件を得たときの非鮮鋭度を比較する。

2.2.2. 「良い写真」の濃度範囲

「対照度」と「表現される厚さ範囲」とによって、「良い写真」の意味を考える。鮮鋭度は考えない。

2.2.2.1. 最小覚認対比とフィルムの最小覚認対照度

Moon-Spencer によれば、輝度 H_B の中に輝度 H_O なる試験片があるとき、覚認しうる最小対比 C_{min} はつぎの実験式で与えられる (27)

$$C_{min} = \frac{(H_B - H_O)_{min}}{H_B} = \frac{0.0123}{H_B} (0.808 + H_A^{1/2})^2, H_A > H_B \quad (2.2.1.)$$

ただし、 H_A は順応光束発散度で、視野内の輝度分布できまる値である。フィルムの周囲の全視野での輝度が H_S であるとするとき、順応光束発散度 H_A はつぎの式で算定される。(27)

(i) フィルムが中心窩視野（視線のまわり 0.0131 [radian]）より大きくて、視線との角が θ [radian] なる円板であるとき

$$H_A = 0.9226 H_B + 1.92 \times 10^{-2} H_B \int_{0.0131}^{\theta} \frac{\sin \theta \cos \theta}{\theta^2} d\theta \\ + 1.92 \times 10^{-2} H_S \int_{\theta}^1 \frac{\sin \theta \cos \theta}{\theta^2} d\theta \quad (*) \quad (2.2.2)$$

(ii) 中心窩視野に等しいとき

$$H_A = 0.9226 H_B + 0.0774 H_S \quad (2.2.3)$$

(iii) 中心窩視野より小さくて、視線との角が θ なる円板のとき

$$H_A = 0.9226 \left(\frac{\theta}{0.0131} \right)^2 H_B + \left\{ 0.9226 \left(\frac{0.0131 - \theta}{0.0131} \right)^2 + 0.0774 \right\} H_S \quad (2.2.4)$$

$$(*) \int_a^b \frac{\sin \theta \cos \theta}{\theta^2} d\theta = 2 \left[\text{Ci}(2\theta) - \frac{\sin 2\theta}{2\theta} \right]_a^b$$

ただし $\text{Ci}(\theta)$ は Cosine Integral で数表 (26) より求められる。

つぎに、輝度 H_S なるシャウカステン(X線写真を観察するための面光源)によって、濃度 D_B 中に濃度 D_O の試験片があるフィルムを観察するときは、濃度とフィルム面の輝度の間につぎの関係がある。

$$\left. \begin{aligned} D_B &= \log H_S - \log H_B \\ D_O &= \log H_S - \log H_O \end{aligned} \right\} \quad (2.2.5)$$

ここで、 H_B, H_O はそれぞれ濃度 D_B, D_O の点の輝度である。(2.2.1)

(2.2.5)式によって、フィルム上で覚認しうる最小の対照度 ΔD_{min} はつぎの式であらわされる。

$$\Delta D_{min} = (D_B - D_O)_{min} = \log \left\{ 1 - \frac{0.0123(0.808 + H_A^{1/2})^2}{H_S \cdot 10^{-D_B}} \right\} \quad (2.2.6)$$

これによれば、 ΔD_{min} は H_S, H_A, D_B によって変る量であることがわかる。

2.2-3図の左側に、 $H_S = 600, 2000, 16000 [\text{rlx}]$ のときの D_B に対する ΔD_{min} の計算結果を示した。図中の曲線の番号は、フィルムを見る視角が、2.2-1表に示すように変化した場合に対応する。

2.2-1表 2.2-3図の曲線の説明

曲線の番号	フィルムの 視角 θ [rad]	H_A における H_B と H_S の割合		距離25cm におけるフ ィルムの直径 [cm]
		中心窩内 係数 0.9256	中心窩外 係数 0.0744	
①	1(全視野)	H_B	H_B	∞
④	0.025	H_B	$\frac{1}{2}H_B + \frac{1}{2}H_S$	2.5
⑤	0.015	H_B	$\frac{2}{3}H_B + \frac{1}{3}H_S$	1.5
⑥	0.0131	H_B	H_S	0.655
⑦	0.0066	$\frac{1}{4}H_B + \frac{3}{4}H_S$	H_S	0.328
⑧	$\rightarrow 0$	H_S	H_S	$\rightarrow 0$

同表で、曲線の番号が増すほどフィルムが小さくなり、⑧では0になった極限を示す。②、③は欠番になっているが、これらはつぎにのべるよう

に、実際の診断用X線写真に相当する場合で、①と④の間にあてはまる。

上の計算値に対して、つぎの実験をおこなって比較した。試料として、2.2-2図のようなフィルムを数枚用意した。図の縦の列は、右からベース濃度 D_B が 0.3 から 3.2 まで順次大きくなり、それぞれの列の中の試験片（濃度 D_0 ）との対照度 $D_B - D_0$ は上から順次小さくなる。 D_B と $D_B - D_0$ の値を島津製測微濃度計で測定した。シャウカステンは 2.2-2 表のような大きさと輝度のものを使ったが、それぞれ 600, 2000, 16000, [rlx] の理論値に、実験誤差内で対応させることができる。シャウカステン上のフィルムに、外部から光が当たらないようにして、反射光を除外し、透過光線だけで観察するようにした。被検者として、X線技師も含めて、正常な視覚をもつ者 10 数人をえらんだ

フィルムの状態は、つぎの 8 種である。

2.2-2 表

シャウカステンの H_S [rlx]	光源	寸法 [cm]
600	白熱電球	286×39.0
1880	蛍光灯	同上
15500	蛍光灯	41×11

①の 1. 1つの試料片の周囲を黒マスクで覆う。——計算曲線の①に対応する。

①の 2. 2.2-2 図のフィルムをそのまま見る。ただし、左側の最高濃度部の左側をマスクで覆う。右端はシャウカステンの輝度が入る。

以上の 2つの場合の ΔD_{min} は同じであったから曲線①であらわす。これらは濃度差の少い工業用非破壊検査の写真に相当する。

② 2.2-2 図のフィルムを、1列ずつ切り離して巾 25 mm とし、25 mm の間隔をおいてシャウカステンの上に並べる——診断用写真は、骨や軟部組織が複雑に交錯して、濃度の変化が大きいので、この状態をえらんだ。

③ 切離したフィルムの 1 列だけをシャウカステンの中央に置く。——診断用で条件の悪い場合にあたる。

④～⑦ 2.2-1 表の右端の列に示す大きさに、フィルムを切断して、シャウカステンの中央に置いた。——同じ番号の計算曲線に相当する。

以上のようにして、識別できる濃度差の限界をプロットして、これらの点の間を通るように曲線を書いて、2.2-3図の右側の結果を得た。この図によって、つぎのことがわかる。

シャウカステンが明るく、濃度がうすいほど識別しやすい。すなわち、視覚だけを考えれば、最適濃度は生じない。また、大きさが大きくて濃度が一樣なフィルムほど、差を識別しやすく、最低 0.005 に達することは、計算と実験で一致している。工業用方面では、条件がよければ 0.005 まで見わけられると云われているが、⁹⁾これを、筆者は、上のようにして、計算と実験で確認した。しかし、濃度が大きくなると、計算値よりは見えにくくなる。フィルムが小さくなると、周囲の輝度がまぶしくなって、見えにくくなるが、まわりが明るいと眼が動きやすいので計算どおり順応しない。中心窩とフィルムの大きさが一致するとき（曲線⑥）には両者が一致するが、他の場合には計算値よりも見えやすかった。順応光束発散度 H_A を（2.2.2）～（2.2.4）式で計算した点に問題があると考えられるので、実験値の方を採用すべきである。

実際の医学診断用写真では、曲線②の場合よりも濃度分布がこまかいが、それについては 2.2.2.3 で実験をおこなうので、以上の中では実験曲線②が、もっとも実際に近いと考える。また、実際に用いられている診断用のシャウカステンの明るさは 2000(cd) 前後である。医師は、写真をみながら所見を記入するが、机の明るさとの差を少くして、目が疲れないようにするためには、この程度の値がよいからである。そこで、以後は 2.2-3図の多くの曲線のうちで、 $H_S = 2000$ の実験曲線②を一応診断時の標準として種々の考察をおこなう。

2.2.2.2. 生理的対照度と最適濃度

厚さ x と $x + \Delta x$ なる被写体によって、増感紙蛍光量に $g\Delta x$ なる差を生ずる。ここで g は、被写体の厚さ x における蛍光量減衰曲線の勾配である。これは撮影した管電圧波形と kVp によって異なる。蛍光量の差によってフィルム上には

$$\Delta D = \gamma g \Delta x \quad (2.2.7)$$

なる「物理的対照度」が現れる。ここで γ は、フィルム感光特性の勾配である。これに視覚の因子を乗した量がいわゆる「生理的対照度」であるが、この明確な定義はなされていない。

筆者は、

$$\Delta S = \frac{\Delta D}{\Delta D_{min}} \quad (2.2.8)$$

が生理的対照度の相対値を示すと考えた。対照度が小さければ、 ΔS が等しいときは、同じ程度に感ずるからである。以下では、係数をかけずに(2.2.8)式そのままの値を生理的対照度と呼ぶ。(2.2.7)(2.2.8)式より、 ΔS はつぎのようにあらわされる

$$\Delta S = g\delta\Delta x \quad (2.2.9)$$

ただし

$$\delta = \gamma / \Delta D_{min} \quad (2.2.10)$$

である。 δ は、フィルム特性の勾配 γ を、生理的に修正した値で、「見えやすさ」をあらわす量である。これは、フィルムのベース濃度あるいは蛍光量の値によってかわる。

2.2-4図に δ の算定結果を示す。これは、2.1-7図の γ と2.2-3図の実験曲線①, ②, ③を組合わせた曲線で、番号はそれぞれ対応する。横軸に、蛍光量と濃度の目盛を記入した。視覚だけを考えれば、濃度が薄いほど見えやすかったが、フィルム特性を合わせて考えたときには、ある濃度で、もっとも見えやすい点を生ずる。これが、いわゆる最適濃度で、X線写真の濃度レベルをきめるときに問題になる値である。診断用で条件の悪いときには、 $H_s=2000$ の曲線③によって最適濃度が1.26である。そのときの ΔD_{min} は2.2-3図によって0.0068と求められる。診断用の標準では曲線②より1.30と0.0066となり、濃度が一樣ならば曲線①より1.6と0.0058となって濃い方に移動して ΔD_{min} が減少する。つぎに以上の結果を写真観察によって経験的に得られていた従来の結果と比較してみる。まず間接撮影に対しては、1944年に藤本氏が多くの被写体模型の写真を観察した結果、最適濃度は0.9~1.1で、そのときの ΔD_{min} は0.02~0.025であることをあきらかにした。⁽⁷⁶⁾ この点を2.2-3図にプロット

すると、 $H_S=2000$ の実験曲線のグラフにおいてF-Sなる記号をつけた部分になる。この実験では、シャウカステンの明るさが $1000\sim1500$ [rlx]で、ライカ版フィルムが用いられ、黒化部の大きさが 4.5 mm で周囲が感光していないので、図示した点にくるのが妥当であることがわかる。また、江藤氏、他も間接撮影で 1.0 附近が最適であるとしている。⁽⁷⁵⁾直接撮影に対しても、この結果が一般にみとめられて、⁽⁷⁷⁾よく引用されており⁽⁷²⁾⁽⁷³⁾、最近、熊谷氏も骨の撮影に対して $0.9\sim1.1$ が最適濃度であることをあきらかにしている。⁽⁷⁹⁾2.2-4図では、被識別物の大きさが中心窩視野よりもはるかに大きかったので、臨床写真よりも識別しやすくなっていると考えられる。したがって最適濃度が高い方にずれたものである。この点に関しては、つぎの2.2.2.3で実験的に検討する。

つぎに、2.2-4図の曲線①によれば、工業用非破壊検査のX線写真は、被写体の厚さが一様であるから、濃度が一様になって、最適濃度が上昇すると推定される。実際に、工業用写真は標準濃度を 1.5 としている。

⁽⁹⁷⁾また、工業用シャウカステは輝度が高く($8000\sim20000$ [rlx])、マスクをつけてみるようになっている。明るくすれば濃度 $2\sim3.5$ が最適であることも指適されている。⁽⁹⁹⁾これらの事はいずれも経験から得られた事柄であるが、以上の考え方を適用すれば、さらに合理的な明るさとフィルム特性が得られる筈である。

2.2.2.3 被識別物が小さいときの実験結果

2.2-3図の実験曲線①、②、③の場合のように、被識別物が中心窩視野よりもはるかに大きな場合には、実際の臨床写真のように微細な部分も見られる場合よりも、濃度差を識別しやすい。そこで、被識別物が小さな場合について同じ実験をおこなってみた。2.2-5図に実験に用いたフィルムの形状を示す。一枚のフィルムのベース濃度は一定で、その中に 13×13 個所に濃度差があって、縦の列はそれぞれ直径が等しい。その値は、左側が 7 mm で、右へ行くにしたがって 0.5 mm ずつ減少して右端で 1 mm になる。各列では上から下になるにしたがって、ベース濃度との差が小さくなる。このようなフィルムを20枚作成して、ベース濃度を $0.2\sim3.4$ の間に分布

させた。このフィルムを前項で用いたのと同じシャウカステンで観察した。観察法はつぎの4種である。

⑨ フィルムの外周をマスクで覆う。各列をマスクで覆っても同じところまで見えることは2.2-3図の①と同様である。

⑩ フィルムを1列ずつ切離して3本並べると、両端は見えにくい、中央は見えやすい。この中央のフィルムを見る。このときは巾が2.5 cmに近くなるので、2.2-3図の③に相当する。

⑪ フィルムを1列ずつ切離してシャウカステンの中央に置く、このフィルムを1つだけ置いても、1 cmの間隔をあけて並べて置いても同じところまで見えた。

⑫ フィルムを巾4 mmに切って1 cm以上の間隔をあけて、直径3 mm以下のところだけを見る。

⑩⑪⑫で識別物の直径の小さいときが診断用写真に相当すると考えてよい。これらのフィルムに対して、2.2-3図の実験曲線を得たのと同じ方法で実験した結果を、2.2-6図に示した。これによってつぎのことがわかる。

(1) 輝度が高く、濃度がうすいほどみやすいことは2.2-3図と同様である。

(2) 濃度の一樣なフィルム(曲線⑨)では、識別物の直径が小さくても覚認しうる濃度差は変らない。これは、2.2-3図の曲線①とも一致する。

(3) 部分的に黒い部分があると、その点の濃度が大きいほど見えにくくなることは、2.2-3図と同様であるが、さらに、識別物の直径が小さくなるほど見えにくくなる。2000[rlx]のときは濃度2以上でこれが著しい。

(4) この図の曲線⑩は2.2-3図の③の場合よりも見えにくい。フィルムの巾が同じでも識別物の大きさがちがうためである。

(5) この図の曲線⑪のうちの直径7 mmの曲線は2.2-3図の④(フィルムの径2.5 mm)と⑤(径1.5 mm)の間にくる。⑫では、濃度が大きくなるにしたがって⑤から⑦に近づく。これは、順応光束発散度 H_A から考えれば妥当である。

つぎに、2.2-6図によって生理的対照度を計算すると2.2-7図のよ

うになる。同図には、診断用として2000[rlx]の場合だけを示した。これによって最適濃度が求められ、⑩では1.1，⑪では1.0⑫では0.9附近である。すなわち、フィルム上で黒い部分の巾が小さくなるほど最適濃度は低い方に移動して、 δ が小さくなって見えにくくなる。黒い部分の巾が同じであれば、濃度が大きなところでは、その中での被識別物の直径が小さいほど見えにくくなる。しかし最適濃度は、中での直径よりも外の黒い部分の巾によってきまる。

以上の結果、小さな部分をみるとときには、前項で求めた最適濃度1.2～1.3よりも小さくなって、一般に認められている値である1.0に近づくことを確認することができた。

2.2.2.4 最適濃度範囲と「良い写真」の意味

被写体のある厚さの点を最適濃度にする、その厚さから離れるにしたがって生理的対照度が小さくなって、一定の範囲より外では写真の実用性がなくなる。この表現される厚さの範囲は、対照度が大きいほどせまくなる。とくに、診断用写真では、被写体の組成や厚さが場所によってちがうので、検査の対象となる厚さの範囲が広い。そこで、「対照度」と「表現される厚さの範囲」との両者を大きくするには、濃度範囲をどの程度にすればよいかと云うことを考えてみる。

厚さの差 Δx によって生ずる対照度 ΔD が、 ΔD_{min} より大なる範囲は、(2.2.8)(2.2.9)式より、つぎのように求められる。

$$\delta g \Delta x \geq 1 \quad (2.2.11)$$

今、蛍光量減弱曲線が直線であるとする、その勾配 g はつぎのようになる。

$$g = \log(E_2/E_1)/x \quad (2.2.12)$$

ただし、検査の対象となる厚さ範囲を (x_1, x_2) とすると、 $x = x_1 - x_2$ で x_1, x_2 に対応する蛍光量がそれぞれ E_1, E_2 である。この蛍光量範囲に濃度範囲 (D_1, D_2) が対応する。(2.2.11)(2.2.12)式よりつぎの関係を得る。

$$(\Delta x/x) \delta \log(E_2/E_1) \geq 1 \quad (2.2.13)$$

一方、 δ と $\log E$ の間には、2.2-4図、2.2-7図の関係があるので、同図において

$$\delta_0 (\log E_2 - \log E_1) = x/\Delta x \quad (2.2.14)$$

になるような、 δ_0 、 E_1 、 E_2 を求めれば、 E_1 と E_2 間の範囲で(2.2.13)式が成立することがわかる。この式の意味を2.2-8図に示す。この図の曲線は2.2-4、2.2-7図の曲線をあらわしている。(2.2.14)式の左辺は、

2.2-8図の斜線部分の面積で、右辺は、この範囲の両端 E_1 、 E_2 において判別しうる厚さの割合 $\Delta x/x$ の逆数である。そこで、2.2-4図と2.2-7図から、(2.2.14)式によって δ_0 と $\Delta x/x$ との関係を求めると、2.2-9図のようになる。ただし、ここでは、診断用を対象として2000[rlx]の場合だけを示した。この図は、 $\Delta x/x$ が極小になるような δ_0 が存在することを示している。 δ_0 がこれより大きくなれば表現される厚さ x が減少して $\Delta x/x$ が増加し、小さくなれば両端における δ が減少するので、いずれの場合も見えにくくなる。さらに、 $\Delta x/x$ が極小になるときは、濃度範囲の両端だけでなく、その中間においても $\Delta x/x$ が極小になるので、このときには、濃度範囲全体にわたってもっとも識別しやすいことがわかる。したがって2.2-4図、2.2-7図における δ の曲線を δ_0 で切断したときの蛍光量に対する濃度の範囲が、X線写真の最適濃度範囲である。筆者は、検査の対象となる厚さ範囲がちょうどこの濃度範囲に入るような写真が、従来の経験で云われていた「良い写真」の意味であると考える。また、このような写真を与えるような撮影条件が、つぎの2.2.3でのべる最適撮影条件である。

2.2-3表に、2000[rlx]のときの最適濃度範囲と $x/\Delta x$ の値を示した。これによれば、濃度の一様な場合(①、⑨)には最適濃度範囲が濃い方にひろげられるが、濃度分布にむらが多くなるにしたがって、最適な濃度範囲がせまくなってうすい方に移動することがわかる。人体、とくに胸部では組織が複雑に入り組んでいるので⑪、⑫のようにフィルム巾の小さな場合のデータが適当である。

2.2 - 3 表

曲 線	最 適 濃 度 範 囲	$\frac{\Delta x}{x}$ [%]
① ⑨	0.54~2.6	0.45
②	0.4~2.41	0.55
③	0.4~2.15	0.60
⑩	0.28~2.05	0.68
⑪	0.27~1.75	0.78
⑫	0.2~1.6	0.87

2.2.2.5 写真観察によって経験的に得られた最適濃度範囲

臨床写真を観察して、診断に適する良い写真を選び出し、その濃度範囲を測定した多くのデータが発表されている。それを 2.2 - 4 表に示す。ここで、写真コンテストの上位作品の濃度もとりあげているが、このコンテストでは「診断しやすさ」の見地から審査されるので、本研究の目的にかなうものである。これによれば、胸部写真では最適濃度範囲は 0.25~1.7 附近になる。この値は 2.2 - 3 表の⑪⑫と一致するので、この附近が妥当な値であると考えてよい。骨の撮影の場合には胸部の場合よりもせまい範囲になっているが、これは、骨が胸部よりも組織が単純（物質が一種類）であって $\Delta x/x$ が大きくてもよいので、2.2 - 9 図の $\Delta x/x$ が極小になるような δ_0 よりも大きな δ で 2.2 - 8 図の曲線を切っても、実用上充分であることを示すものである。実際、骨の写真では、診断の目的に耐えるものとして ± 0.5 の濃度のばらつきが許されているが、胸部写真では ± 0.05 しか許されない。⁶²⁾ 胸部のように、被写体の組織が複雑になって、しかも骨の影の部分の軟部組織の変化までを観察せねばならない場合には、最適濃度範囲を正確に得る必要があることがわかる。

胸部写真では骨の間の黒い部分の巾が 1 mm ほどになるので、以後は 2.2 - 3 表の①~⑫のうちでフィルム巾 9 mm のときの曲線⑪の値を採用する。したがって、蛍光量減弱曲線が直線であるときの最適濃度範囲を 0.27~

2.2 - 4 表

研 究 者	最 適 濃 度 範 囲	備 考
渡 理, 他 ⁽⁸³⁾	0.3 ~ 1.5	胸部直接撮影写真を撰別
田 坂 ⁽⁸⁰⁾	0.3 ~ 1.7	同 上
高 橋 ⁽⁸¹⁾	0.3 ~ 1.74	1959年さくらXレイコンテスト胸部直接 撮影写真上位作品の平均
静岡県 X 線 技 師 会 ⁽⁸²⁾	0.23 ~ 1.55	1960 年 同 上
松 田 ⁽⁸⁶⁾	0.2 ~ 1.4, 1.9	自動現像装置における胸部写真濃度の標準
齋 藤 ⁽⁸⁴⁾	0.16 ~ 1.69	1960年富士Xレイコンテスト胸部間接上 位作品(60mmフィルム)
	0.15 ~ 1.63	1958年 同 上
熊 谷 ⁽⁷⁹⁾	0.6 ~ 1.4	骨の直接撮影

1.75 として種々の考察をおこなう。

実際の蛍光量減弱曲線は、下に凸な曲線であるから、最適濃度範囲は、直線の時に比べて高い方にずれるが、2.2-12図によれば軟部組織（アクリライト）でのずれは小さいので、濃度範囲は 0.1 以上は変わらない。ゆえに、2.2-3 表の濃度範囲を一般的な値と考えることができる。

かくして、筆者は、視覚のデータとフィルム特性を組合わせかつ広範囲の厚さに対する対照度を考えることによって、生理的対照度曲線、最適濃度、最適濃度範囲および「よい写真」の基準を決定する方法を与えて、従来、経験的に得られていた諸概念を定量化することができた。

2.2.3 最 適 撮 影 条 件

2.2.3.1 最適撮影条件の求め方

蛍光量減弱曲線が直線のとときには、最適濃度範囲 0.27~1.75 に対して、蛍光量が $0.7 \sim 6.0 \times 10^{-3} [\text{rlx} \cdot \text{sec}]$ と求められるので、透過 X 線の蛍光量特性の図表（2.1-16 図）より、2.2-10 図のようにして、厚さ範囲 $x_1 \sim x_2$ なる被写体に対する最適の kVp と mAs が求められる。すなわち、ま

ず、厚さの範囲 (x_1, x_2) に対して縦軸が

$$\log(6.0/0.7) = 0.93$$

にけるような kVp を撰択し、その kVp の曲線の、厚さ x_1 における蛍光量比を a [rlx./mA] とすると、求める mAs は

$$6.0 \times 10^{-3} / a \quad (\text{mAs}) \quad (2.2.15)$$

である。これは距離 180 cm における値である。

こうして最適条件を求めれば、厚さ全体にわたって対照度が最大になる。この写真が 2.2.2 でのべた「良い写真」の基準に合う。kVp が低ければ、一部分の対照度は大きくなっても、見えない範囲ができる。高ければ、対照度が悪くなる。

mAs が不適当ならば、見えない範囲が生ずる。

2.2 - 5 表

蛍光量減弱曲線を直線としたときの最適条件の変動 (单相, 90 kVp, AL 透過物)

	直線で結んだとき	曲線のまゝのとき
δ_0	130	148 (厚さ x) 105 (厚さ o)
蛍光量範囲 $E_1 \sim E_2$	0.7 ~ 6.0 [$\times 10^{-3}$ rlx·sec]	0.88 ~ 7.60 [$\times 10^{-3}$ rlx·sec]
$\log(E_2/E_1)$	0.93	0.93 (+0.02)
$\Delta x/x$	0.78 [%]	0.78 [%]
厚さの範囲 $x_1 \sim x_2$	0 ~ 1.28 [mm]	0 ~ 1.28 [mm]
濃度範囲	0.27 ~ 1.75	0.34 ~ 2.1
mAs 比	1.00	1.26

実際の蛍光量減弱曲線は直線ではないので、(2.2-11)式によって、trial and error で最適条件を求めねばならない。筆者の測定結果の中から、縦軸が 0.93 内に入る曲線のうちで、もっとも曲っている条件に対してこれを計算した結果と、両端を直線で結んだ場合の諸量を比較すると、2.2.-5 表のようになった。これによれば、 $\log(E_2/E_1)$ の差は測定誤差

内であるから、どの曲線に対しても、縦軸の長さが0.93になるようにして、最適kVpを撰択すればよいことがわかる。mAsは、直線として求めたときに比べて1.26倍になっているので、補正係数を掛けねばならない。補正係数は2.2-11図のようにして簡単に求められる。図の実線は、 $\log E$ と $\log \delta$ の関係を、点線は $\log E$ と $\log(1/g)$ の関係を示す。点A、Bはそれぞれ、点線のグラフで厚さ x_1 、 x_2 における $1/g$ の値を示している。もし、減弱曲線が直線ならば $1/g$ は横軸に平行になるので、2つのグラフはC、D点で重なる。しかし、減弱曲線が下に凸であるから $1/g$ は点線のようになる。A、B間は0.93のままでよいので、この両端A、Bが $\log \delta$ のグラフにかさなる点を探せば、AD間の長さが、求める補正係数の対数をあらわす。何故ならば、(2.2-11)式の左辺の $1/x$ は、減弱曲線を直線とみなして変わらないことが2.2.5表によって確められているので、厚さの両端 x_1 、 x_2 において δg の積が一定になるようにしたときの蛍光量の比が補正係数になるからである。こうして求めたmAsの補正係数を2.2-12図に示す。kVpが低くなると曲り方が少くなるので1に近くなる。また、厚さの薄いところをみなくてもよいときにも同様である。アクリライトでは、減弱曲線が直線に近いので、補正係数は測定誤差内である。(2.2-15)式で求めたmAsにこの係数を掛ければ、距離180cmにおける最適値を得る。

2.2.3.2. 管電圧の脈動との関係

前項のようにして、被写体の厚さと、最適kVpおよびmAsの関係を求めると、2.2-13図の結果を得た。これによって、つぎのことがわかる。まず、被写体が厚くなれば、kVpが高くなり、mAsが減少する。このmAsはつぎの2.2.4でのべるように鮮鋭度に関係する。被写体の薄い部分が見えなくてもよいときは、A、B、Cのように変化する。これは、kVpを低くして対照度を高めるかわりに、mAsを増して濃度レベルを保つことを意味する。つぎに、管電圧波形との関係は、同じ厚さの被写体に対して、脈動の少ない方がkVp、mAsともに低くてすむ、kVpの差は、最大で10以上に達する。しかし、80kVp以上では差がない。mAsについては、80kVp以

上でも差があり、定電圧と单相との比が、最大2倍以上に達する。

2.2.3.3 最適条件からはずれたときの影響

X線技師は、このような最適条件を、経験によって見出しているが、この最適条件からはずれた場合の写真効果を考えてみる。今、1例として、アクリライト10cmで5%より厚い範囲をみたいときの最適条件と、この最適条件から1次電圧が5%変動したとき、およびフィラメント電圧が2%変動したときのkVpとmAは、2.2-14図の上の表ようになる。单相装置の管電圧図表(1.1-24図)での等mA曲線の傾斜は3相装置のそれ(1.3-28図)よりも大きいので、同じ変動に対して、单相は3相よりもkVpの変動が大きい。従って蛍光量の変動は一層大きくなる。これに対する写真効果を、2.1-16図とmAp値の効果(2.3.2.2)より求めると、2.2-14図の下ようになる。これによれば单相装置の方が、写真効果の低下が大きく、とくに(-)誤差のときには、半分しか表現されない。従来の单相装置における管電圧図表は、低圧大電流の範囲でkVpの誤差が大きかったことを考え合わせれば、单相装置において最適条件で撮影することが困難であったことが説明できる。従来の低圧撮影において、3相装置が单相装置よりも写真効果がすぐれていると云われていた。実際に、X線写真コンテストの上位作品の大部分は3相装置で撮影した写真である。この理由の一つが、「撮影条件の得やすさ」にあったことを解明した。他の一つの理由は、つぎの2.2.4でのべる鮮鋭度に関連する。

2.2.4. 非 鮮 鋭 度

2.2.4.1. X線管焦点・フィルム間距離(F.F.D)との関係

X線写真において、像の輪隔をぼけさせる要素は、主としてつぎの2つである。(100)

- (1) X線管の焦点の大きさによる幾何学的なボケ(非鮮鋭度) Ug で、2.2-15図のような配置のときはつぎのようにあらわされる。

$$Ug = \frac{bf}{a-b} \quad (2.2-16)$$

(2) 被写体の運動によるボケ U_m で、つぎのようにあらわされる。

$$U_m = \frac{avt}{a-b} \quad (2.2-17)$$

ただし、 v は被写体の運動速度、 t は撮影時間である。

肉眼で観察されるボケ U は、Newell の実験式によってつぎのように算定される。⁽¹⁰⁾

$$U = \sqrt{U_g^2 + U_m^2} \quad (2.2-18)$$

焦点と被写体の距離 a が大きくなると U_g は減少するが、 $mA \cdot s$ が増大して U_m が増加する。したがってボケ U が極小になるような距離が存在する。

2.2.4.2. 管電圧の脈動との関係

胸部の代用としてアクリライト 10 cm (軟部組織のみ)、および 13 cm (骨のかげも検査したいとき)をえらんで、厚さの $\frac{1}{2}$ 以上を検査の対象とするときは、2.2-13 図右上の B 曲線によって、距離 180 cm のときの最適 kVp が、第 2.2-6 表のように求められる。それぞれ、低圧ならびに高圧撮影の領域になる。

実際の撮影では、被写体とフィルムを密着して距離 b を減少せしめ、 U_g と U_m を小さくするのが普通である。しかし散乱線が入るので、これを除去せねばならない。グリッドを用いて除去するときは、管電圧に応じて適当なものを撰択するので、一般的基準にしたがって 2.2-6 表に示したものを使用した。蛍光法で散乱線含有率と、露出倍数 K^* を測定して⁽⁷⁾、同表に示しておいた。それぞれの値は、管電圧波形が変わっても一定とみなすことができた。この程度の散乱線は、実用上、対照度に影響しない。

この 2 つの場合について、2.2.3 の最適条件をみたしたときの、距離と非鮮鋭度の関係を、(2.1.18) 式で計算する。計算にあたって、つぎの前提をおく。

* 2.1-3 図および 実際の撮影状態 (グリッド使用) の配置で測定したときの蛍光量の

(1) 距離 b と速度 v

距離 b は、胸部に対して 15 cm , ⁽¹⁰¹⁾ ⁽¹⁰²⁾ $v = 25\text{ mm/sec}$ ⁽¹⁰⁰⁾ とする。

(2) 焦点寸法 f と撮影時間 t

本研究の実験に用いたX線管（島津製サークレックス2）を使用するとして、 $f = 2\text{ mm}$ とし、この管球の定格曲線⁽¹⁰³⁾にしたがって、必要なkVpとmAsを与えときの最短時間を t とする。

(3) kVp と mAs

空気によるX線吸収を無視してもよく（2.1.3.2），散乱線も少いので、距離が変わっても最適kVpは変わらない。また、mAsはつぎの式によって計算すればよい。

$$Q = K_0 K \left(\frac{a}{180} \right)^2 Q_0 \quad (1.1.19)$$

ただし、 Q ：距離 a のときの最適mAs

Q_0 ：距離 180 cm のときの最適mAs

K_0 ：60kVp以下で300mA以上の範囲における補正係数——

（2.3.2.2）

K ：露出倍数

である。

2.2 - 6 表

被写体の 厚さの範囲 [cm]	kVp	使用したグリッド	散乱線含有率		露出倍数 K
			グリッドなし	グリッド使用	
10/3~10	60(1相) 55(3相) 52(定)	Single 6:1	61%	12%	1.5
13/3~13	118	Cross 10:1	67%	14%	2.0

以上のようにして、距離と非鮮鋭度の関係を求めて、2.2 - 16図を得た。これによってつぎのことがわかる。 U が極小になる最適撮影距離は、脈動が大きいほど小さくなる。これは、脈動が大きいほど大きなmAsを要するので、距離を小さくしてmAsを減少させて U_m を減少させることを

意味する。ボケ U が0.2 mmを越えると目に感じるが、⁽¹⁰⁰⁾図ではいずれもこの値を越えており、低圧撮影のときの方が大きくなる。波形による差は、単相の方が定電圧のときよりも約0.1 mm多くなる。最適距離よりも離れたときには、この差がますます大きくなる。胸部高圧撮影では180~200 cmにしているが、13 cmの被写体を200 cmで撮影して、必要な濃度レベルを得るには、ボケの差が0.22 mmにも達する。しかし、定電圧と3相波形での差は、上の2つの場合に対してそれぞれ0.02, 0.03 mmであるから大差はない。X線技師はこの最適距離を経験で得ているが、この例に示したように、最適距離からはずれたときに、単相装置では顕著に鮮鋭度が悪くなるが、3相装置ではあまり変らない。すなわち、低圧、高圧の両方で、3相装置が単相装置よりも鮮鋭度がよく、最適距離も得やすい。実際には、管球定格に余裕をもたして l を長くするので、さらに差が顕著になる。

以上のように、1.3章、1.4章の研究の結果として実用化された3相装置の効果を、X線写真の見地から確認することができた。

2.2.5. 結 論

本章において、筆者は、照明工学において用いられる視覚の概念をX線写真に導入し、計算と実験によって、つぎのことをあきらかにした。

- (1) 覚認しうる最小濃度差は、濃度が薄いところほど大きく、写真をみる光源の輝度が明るく、濃度分布が一様なほど大きい。
- (2) フィルムの特性と視覚を組み合わせると、ある濃度において、覚認しうる厚さの差が極小になることがわかる。これは、従来、経験上から云われていた最適濃度であって、医学診断用の直接撮影写真では1.0附近であると云われていたがこの理由がわからなかった。筆者はこの方法によって1.0になる理由を解明できた。工業用非破壊検査のときは、さらに高くなることも、経験と一致した。
- (3) 筆者は、医学診断用X線写真では、検査の対象となる厚さが1点でなくて、広範囲にわたることに気がついた。その結果、つぎのようにして最適濃度範囲を導き出すことができた。

(4) 濃度範囲を広くとりすぎると濃度範囲内に表現される厚さ x は増加するが、覚認しうる最小の厚さ Δx は、それ以上に増加する。最適濃度附近だけを考えると、 Δx は小さくなるが、せまい範囲だけしか表現されないの
で x がそれ以上に小さくなる。そこで、両端における $\Delta x/x$ が極小になる
ような濃度範囲が存在する。このときに、全濃度範囲にわたって厚さの差
をもっとも識別しやすくなる。これは、従来から、経験上で云われていた
最適濃度範囲である。被写体の厚さに対する増感紙蛍光量の減弱曲線が、
直線であらわされるならば、最適濃度範囲は0.27~1.75であり、曲って
いれば、少し高くなる。ただしこの値は、フィルム上で濃度の濃い部分の
巾が9mmのときの実験値から求めた値であって、胸部写真に相当する。こ
の値も、写真観察によって経験的に求められていた値と一致した。

(5) 検査の対象となる厚さ範囲(x_1, x_2)が最適濃度範囲にちょうど入っ
たときに、厚さ全体にわたって生理的対照度が最大になるので、これを最
適撮影条件と考えてよい。このような写真が、従来、経験で云われていた
「良い写真」である。こうして、「良い写真」の意味を明確にしたことが
第2篇の要点になっている。

(6) 最適のkVpとmAsは、透過X線による蛍光量の特曲線を使って
2.2-10図および(2.2.15)式から求められる。減弱曲線が曲っていると
きは2.2-11図の方法で、mAsの校正係数を求めることができる。

(7) 上の方法で、单相、3相、ならびに定電圧波形について最適撮影条件
を求めた。その結果、同じ厚さの被写体を撮影するのに、定電圧は单相よ
りも10kVp以上低い電圧ですむことがあり、mAsは半分ですむことがあ
って、一般に、脈動の少ない装置ほど有利であることを定量的に示した。

(8) X線発生装置における操作量(1次電圧とフィラメント電圧)が、最
適撮影条件における値からはずれたときは、とくに、低圧大電流範囲にお
いて、单相装置の写真効果の低下が3相装置よりも著しい。従来から、3
相装置の方が写真効果がよいと云われていた理由は、このことと、つぎの
鮮鋭度の2点であったことを解明した。

(9) 最適撮影条件で撮影したときの非鮮鋭度をNewellの実験式によって
求めたところ、定電圧および3相装置の方が、单相装置よりも少く、その

差は $0.1 \sim 0.2 \text{ mm}$ 以上であった。鮮鋭度の点でも、3相装置は単相装置よりもあきらかにすぐれているので、1.3, 1.4章において実用化した3相高圧装置の効果を写真の見地から確認することができた。

以上のようにして、高電圧波形から写真効果までの関係を結びつけたが、途中の条件がかわっても、同様な方法を適用すればよいのでこの方法には一般性がある。また、結論は、今迄経験から云われてきたことに一致している。

2.3 章 管電圧図表と写真効果 (105)(108)

2.3.1 緒 論

前章でのべたように、X線の線質とX線写真の対照度をきめる重要な因子は、X線管電圧波高値 kVp と波形（低電圧だけ）であるが、従来の装置では、kVp 値を制御するための管電圧図表が誤った方法で作成されていたので、kVp 値を一定にするつもりで mA を増加せしめても、kVp 値が変化した。筆者は、1.1.5 および 1.3.6 でこの誤りを指適して、電気工学の面から理論的ならびに実験的に管電圧図表を求めたが、本章では、上の結果がX線写真にどのように有効であるかと云う事をのべる。これまでは、1つの kVp 値に対して1つの mA 値をえらんだが、本章では、kVp 値を変えないで mA 値を変えることについて検討するわけである。さらに、kVp が等しくて対照度が一定でも、線量に変化して濃度レベルに影響をおよぼすような範囲があることをのべて、その原因を究明する。

2.3.2 単相装置の管電圧図表の効果

2.3.2.1. 蛍光量測定による管電圧図表の検討

透過X線の差は、散乱線が少くて被写体が厚いほど顕著にあらわれるので、2.1 - 3 図の配置にして、フアントームの厚さを $5 + 5 \text{ cm}$ (10 cm) とした。これは成人の胸部に相当する。

まず、各 kVp 値に対して 100 mA のときの蛍光量を測定し、mA をかえたときの蛍光量と mA の比が等しくなるような1次電圧(点線)と、球ギャップで測定した値(第1篇における実測値)と比較すると、2.3 - 1 図のようになった。60 kVp 以上では、点線と実線が一致しているので、第1篇でのべた新しい電圧表は写真効果の点からも有効であることがわかる。つぎに、同図の破線は、アクリライト 1 cm を追加したときの対照度が、 100 mA のときの対照度と同じになるような1次電圧を測定した結果を示すが、球ギャップの電圧表とほとんど一致する。よって、対照度の点からは、60 kVp 以下でも、新しい電圧表が有効である。

kVpが等しくても、mAを変化させると自由振動の重畳のしかたが変わって管電圧波形が変化するが、上述のように、管電圧の平滑化がおこらない範囲では、kVpが等しければ、線量も線質もかわらないとみなしてもよいことがわかった。

ただし、60kVp以下では、mAが大きくなると、低い1次電圧（低い管電圧）で同じ蛍光量を得ることになる。この点についてはつぎで検討する。

100mA以下では、直流側静電容量のために管電圧が平滑化されることがあるが、そのときは、2.1章で測定したデータにしたがって線量が増加することを実験で確認した。同データにしたがえば70kVp以下では平滑化のために線質が硬くなる。

2.3.2.2 X線管の $V-I$ 特性とX線の透過特性

2.3-2図に60および40kVpのときの、管電圧と管電流の波形を示すが、管電流の平均値が等しくなるように画いてあるので管電圧の瞬時値に対する管電流の瞬時値を比較することができる。図によれば、 $V-I$ 特性が直線に近くなる40kVp,400mAでは、電流の波形が電圧と同じようになるとがるので、管電圧のピークにおける管電流の比率が、他の、管電流の飽和する場合に比べて増加する様子がわかる。しかも、Acrylite 10cmを透過すると、約30kV以下のX線はほとんど透過しないので（2.1-10図）、ピーク値附近の管電流比が、透過線量を大きく左右することが考えられる。

そこで、直接線の透過特性を測定すると、2.3-3図のようになって、60kVpではほとんど差がないが、40kVpでは、線量比がmA_pに比例することがわかった。また、減弱曲線の傾斜は、わずかにゆるくなるだけであるから、対照度もわずかに小さくなる筈である。線質は、管電圧のピーク附近で発生するX線できまるからである。したがって、この範囲ではmA平均値でなくてmA_p値で表示する方がよい。

以上のことから、X線管焦点より発生するX線の線質・線量は、電圧・電流波形によって影響されても、管球フィルタと被写体を透過すると

軟線が吸収されてしまうのでこの関係が簡単になり、波形のこまかい変化を考える必要がなくなることがわかった。

2.3.2.3 従来の方法で作成した図表の効果

実験で使用した装置について、従来の方法で管電圧図表を作成すると 1.1 - 2.2 図のようになる。この図表を使用して、kVpをかえないでmAを増加せしめると、実際のkVpは減少するので、対照度が増加し、同じmAsに対する蛍光量が減少する。60kVpのときの測定例を2.3 - 1表に示した。mAが大になるほど差が著しくなることがわかる。

2.3 - 1 表

従来の管電圧図表で60kVp一定にした場合の誤差

mA	球ギャップ測定 によるkVp	同一mAsに対す る蛍光量の比率
100	62	1.08
200	61	1.03
300	60	1.00
400	60	1.00
500	56	0.88

2.3.2の結論として、つぎのことが云える。単相装置の新しい管電圧図表は、写真効果の点からも有効である。ただし、管電圧が平滑化されるような範囲と、 $V-I$ 特性が直線に近づくような範囲では、線量は増加するが、線質は管電圧が低いときにわずかに硬くなるだけである。従来のkVp mAsで線質線量を表示する方法は不適當であり、kVp、管電圧脈動率とmApから、2.1 - 1.6図のような基礎データを使って線質、線量を求めるのが適當である。

2.3.3 3相装置の管電圧図表の効果

第1篇および、2.1章で用いたのと同じ3相装置を使用し、X線管以後の幾何学的配置を、2.3.2の単相装置のときと同一にして、蛍光量を測定した。

おのおののkVp値に対して300mAのときの蛍光量を基準にして、各mAに対する1次電圧を求め(点線)、球ギャップによる較正值(実線)

と比較すると 2.3 - 4 図のようになった。mAが増すほど、同じ kVpに對する螢光量が減少するので、1 次電圧を高くせねばならない。これは、mAが増加するほど脈動が大きくなるからであると考えられる。管電圧が平滑化される範囲では、これが著しくなる。しかし、この場合でも、對照度を測定すると、同図の鎖線のようになって kVpと一致していることがわかる。

したがって、单相装置のときと同じく、管電圧・脈動率が線量、したがって写真濃度レベルを決定する重要な量であることがわかる。

従来の方で作成した図表では、管電圧が平滑化されることが考慮されていないので、この現象のおこる範囲では、kVpが實際の値よりも高く、線量も多くなって、写真効果の点で不都合であったことは明らかである。

2.3.4 結 論

管電圧図表によって、kVpを一定にしてmAをかえても、secを調整してmAsを一定にすれば 同じ濃度レベルと對照度を得られる事が望ましい。

本章において、筆者は、单相および3相装置の新しい管電圧図表の写真効果を、螢光量測定によって実験的に求め、さらに、従来の方で作成した図表の効果と比較して、つぎの結論を得た。

- (1) いずれの装置についても、新しい図表の方が古い図表よりも kVpが正確になっているので、線質、写真對照度の点で有効である。また、以下のべる範囲以外では、線量、写真濃度レベルの点でも有効である。
- (2) 单相装置で kVpが低くてmAが大きい範囲では、 $V-I$ 特性が直線になって、mApとmAの比が増加する。螢光量はこの比とともに増加するので、同じ濃度レベルを得るためには補正せねばならない。あるいは、mAで表示せずにmApで表示する方がよい。
- (3) 管電圧波形が平滑化される範囲では、kVpと脈動率と被写体の厚さによって螢光量の増加率がきまる。そのデータは、2.1-16 図のような基礎データから求めることができる。
- (4) 以上のことから、実用上は、kVpと管電圧脈動率とmAp 値とが重要で、波形のひずみと寄生振動は写真に影響をおよぼさないと云える。

2.4 章 閉路時異常電圧の写真効果 (29) (30) (105)

2.4.1 緒 論

1.2 章および 1.4 章において、単相および 3 相装置の閉路時の異常電圧とその対策についてのべた。本章ではこの異常電圧が X 線写真にどのような影響をおよぼすかと云うことを検討する。

2.4.2 実 験 結 果

2.4.2.1 実験に使用した X 線発生装置

電子管開閉器を使用する単相装置においては、X 線管の負荷条件と点弧角を適当に選定すれば、半サイクル毎に閉路時異常電圧がくりかえして発生するので、本章の実験の目的に好都合である。そこで、1.2.5 の実験で用いた装置を使用した。この装置で、1 次電圧とフィラメント電流を一定にしておいて点弧角をおくらせると、異常電圧が増加して管電流も変化するが、以下のデータでは、点弧角を最小にして異常電圧がない状態にしたときの kVp と mA で表示する。これは、一般の装置における定常状態に相当する。管電圧としては、絶縁破壊の恐れがないように、60 kVp をえらんだ。

2.4.2.2 管電圧波形と管電流波形

閉路時の X 線管 $V-I$ 特性は、定常状態の $V-I$ 特性を異常電圧分だけ延長した特性とほとんど一致するので、異常電圧のピークにおいては管電流もピーク値になる(1.2.3 図参照)。したがって、異常電圧の kVp に相当する X 線を多量に発生していると推定することができる。

2.4.2.3 入射線量と線量減弱曲線

X 線管焦点より 1 m の点の線量と点弧角の関係を測定して 2.4-1 図を得た。実線は mAs あたりの線量を示すが、これが点弧角とともに増加するのは線質が硬くなっていることを示している。20 mA のときにもっとも

変化が大きいが、これは 2.4 - 2 図の管電圧波形において、20 mA のときの kVp の増加が最大であることと一致している。3 mA のときの閉路時異常電圧の kVp は 20 mA のときの値より大きくなるが、この実験では管電圧が 0 にならないうちに再点弧するので電圧飛躍が小さくて kVp の増加も 20 mA のときよりも少い (1.2.5 参照)。線量増加率は、20 mA のときを例にとると、单相波形で kVp が同じ値だけ増加した場合 (鎖線) よりも少い値を示している。これは異常電圧波形が单相波形よりもとがっていて硬い線の割合が少いためである。

2.4 - 3 図の実線は AL に対する減弱曲線を示すが、異常電圧の線質は、同じ kVp の单相波形のときの線質 (鎖線) よりも幾分軟いことが、この図からもわかる。

2.4.2.4 写 真 効 果

AL の階段の X 線写真を撮影し、AL の厚さに対するフィルム濃度をプロットすると写真の対照度を代表させた曲線を得る。60 kVp, 20 mA のときに点弧角を変化せしめてこの曲線を作成した結果を 2.4 - 4 図に示す。点弧角を 10° から 63° に変えていくと、勾配が $1/1.5$ 、厚さ範囲が 1.5 倍になり 15 mm において濃度差が 0.65 に達する。すなわち、異常電圧波形のために最適撮影条件が大きく変えられる。

以上の実験によって、閉路時の異常電圧波形は線質を硬くして、写真に著しい影響をおよぼすことを確かめることができた。

2.4.2.5. 閉路時に一回だけ発生するときの効果

一般の X 線装置では、高電圧変圧器の 1 次側を閉路するときに 1 回だけ異常電圧を発生するので、撮影時間が長いときには、異常電圧の写真効果がほとんど現れない。しかし、実際問題としては、0.01 sec のような短時間撮影もおこなわれる。たとえば、4 m の AL を 40 kVp で距離 50 cm で撮影するときは、单相装置で 1.2 mA s を要する。このときの mA, sec と 50 c.p.s の配電線を使用したときの半サイクルの山の数はつぎのようである。

- ① 120 mA, 0.01 sec, 1個
- ② 60 mA, 0.02 sec, 2個
- ③ 20 mA, 0.06 sec, 6個
- ④ 10 mA, 0.12 sec, 12個

このうちの、最初の半サイクルが異常電圧になるので、この効果を見逃すことができないと推定できる。2.2-5図にこの撮影条件による実験結果を示したが、異常電圧のないときに比べて②の場合がもっとも差が大きく、0.1の濃度差を生じた。すなわち異常電圧のために最適撮影条件からはずれたことがわかる。3相装置に関しても、同じことが云えることは明らかであるから、どの装置においても、異常電圧を防止することは、写真効果の点からも必要であることを確め得た。

2.4.3 結 論

閉路時に発生する異常電圧は、装置の絶縁破壊をひきおこすので、有害である。したがって、第1篇では、その防止対策をのべた。しかし、絶縁破壊がおこるのは、kVpが定格電圧の半分以上の場合だけであった。

本章においては、X線写真の立場から、kVpが低い場合について異常電圧の影響を実験的に検討して、つぎの結論をえた。

- (1) 異常電圧が発生したときは、定常状態のkVpよりも高電圧になるので、線質が硬くなって線量が増加する。
- (2) 異常電圧波形は、一般に、単相整流波形よりもとがっているので、同じkVpの単相波形のときよりは、線質が軟くて、線量が少い。
- (3) 短時間撮影の場合には、この異常電圧のために、対照度が低下して、濃度が増加する。

よって、写真の見地から云えば、低電圧領域においても、この異常電圧を防止せねばならないことを確認した

以上、各章において、結論として研究内容と成果をのべてきたがここでは、さらに全般的な立場から要点をのべて、本論文の結言とする。

第1篇 高電圧波形、管電圧図表および異常電圧

X線装置の等価回路を与えて、X線管の電圧-電流特性($V-I$ 特性)を考慮し、林重憲博士の考案せられた「断続回路解析法」を使って、種々の測定結果を理論的に解明した。本研究において解析した回路は整流器を含むので、第3類の断続回路になる。回路状態の持続時間をきめるために、図解法をくりかえして、一週期の初期と終期が一致するような位相角を求める方法をとった。これによって、初期値の近似値も同時に求められたが、これを回路状態の解に代入して満足な精度を得た。或る回路状態の過渡項が終期に消失する時は、計算または図解を繰り返さないでもすんだ。とりあつかった回路は特殊な応用例であるから、まだ厳密な理論的取扱はなされていなかったものである。回路状態の解を求める文字計算において、(1.1.7)(1.1.8)式の変換をおこなったので、自由振動の特性が簡単な関係で表現されるとともに、計算が著しく簡略になった。

この計算によって、波形が厳密に求められたが、この解析結果として、主要な回路状態の解の定常項($e^{\alpha t}$ のない項)からkVp値が計算され、過渡項($e^{\alpha t}$ によって減衰する項)から自由振動および異常電圧が計算された。第1篇では、以下にのべるような結論と成果を得た。

1.1章 単相装置の定常状態と管電圧図表(kVp値)

代表的な単相装置とX線管を選んで、波形の実測結果と理論波形を比較して、実験誤差内での一致をみた。その結果つぎのことをあきらかにした。

(1) X線装置の等価回路として、変圧器等の分布定数を考えずに、集中定数回路でおきかえてよい。

(2) X線管電圧波形・管電流波形・高電圧変圧器中性点電流波形(管電流計回路)はいずれも単純な正弦波ではなくて、X線管の電流飽和特性のためにひずむ。その上に、mAの少いときには中性点電流波形に自由振動が

顕著にあらわれる。

(3) mAが少いときは、直流側高電圧ケーブルの静電容量によって管電圧、管電流が平滑化される。

(4) 平滑化されるときは、X線管を、 $V-I$ 特性の中心点における等価抵抗 V/I でおきかえてよい。自由振動をしらべるときには $V-I$ 特性の飽和部分の接線抵抗 $\Delta V/\Delta I$ でおきかえてよい。

つぎに、上の理論によって、kVpが低くmAが大きくなるときの電圧降下の割合がmAの増加の割合よりも大きくなって、管電圧図表が下の方で開く現象が説明されることを示した。このことは、筆者が、X線管の $V-I$ 特性を考慮したために適確に理論づけられたものである。これによって、単相装置のkVp値が従来よりも正確になった。しかし、mAが多くなると実測値における電圧降下が理論値よりも少くなるが、これは、X線管フィラメントを交流で加熱するために管電流波形と管電圧波形がひずむことの影響であると考えられる。

1.2章 単相装置の閉路時の過渡現象と異常電圧

波形測定によって閉路時に異常電圧が発生することを見出したが、この原因が、1.1章でのべた自由振動であることを理論的に確めたので、その特性と大きさを算定する図表を作成することができた。これによれば、閉路位相が 90° に近く、kVpが高く、mAが少いほど異常電圧の割合が大きくなることわかる。この割合は、 $V-I$ 特性の飽和部分の接線抵抗 $\Delta V/\Delta I$ できまり、これが一定値以下ならば全然発生しない。また、最大値は定常状態のkVpの2倍を越えることはない。

この研究結果から、その当時頻りに発生した絶縁破壊事故の原因がこの異常電圧であることを確認したので、その防止対策を確立することができた。すなわち、位相調整法と、抵抗で吸収する方法である。この結果、絶縁破壊の問題は解消し、装置の小型化に役立った。現在は、全装置に閉路位相調整装置をつけて、異常電圧の発生を防止している。このほかに、電子管開閉器を用いる装置の特殊な異常電圧も解明して、点弧角選定装置をつけることによってこれを防止することができた。

異常電圧の実測値は、mAの少いところでは理論値よりも高くなるが、

定常状態の kVp 値の 10 % を加えておけば安全である。これは近似式による誤差のほかに、閉路時には管電流が流れにくいことの、影響である。

1.3 章 3 相装置の定常状態と管電圧図表 (kVp 値)

代表的な 3 相装置と X 線管をえらんで、波形の実測結果と理論波形を比較した。

その結果、つぎのことをあきらかにした。

- (1) 装置の等価回路としては、集中定数回路を使用できる。X 線管の等価抵抗は、 $V-I$ 特性の中心点における V/I を使えばよい。
- (2) 管電圧の平滑化現象と、等価抵抗が大きいときに発生する自由振動に関しては、単相装置と同じ実験結果を示し、同じ理論式が成立している。
- (3) 重負荷時には、整流管の転流期間が生じて、3 相特有の自由振動が発生する。この振動の特性は、負荷抵抗に関係なく一定である。これで、従来から問題とされていた奇生振動の原因を解明することができた。

つぎに、従来の 3 相全波整流方式においては、管電圧の (+)(-) 極の電位波形のピークが一致しないために、X 線管の kVp の定格を充分に活用することができず、定格 150 kVp の管球を 125 kVp まではしか使えなかった。この欠点をなくすために、2 重 3 相全波整流方式 (6 相方式) を採用して、150 kVp の 3 相装置を実用化することができた。

終りに、平滑化現象と、 $V-I$ 特性を考慮して、従来の管電圧図表の誤りを正し、kVp 値をより正確にすることができた。

1.4 章 3 相装置の閉路時の過渡現象と異常電圧

従来の装置では、3 相を同時に閉路していたので、いずれかの高圧の相が閉路される。ゆえに、自由振動の発生条件内にあるときにはかならず異常電圧が発生することを見出した。この異常電圧の振巾のうちの大部分は、単相装置の自由振動と同じで、残りの部分は 3 相装置に特有な自由振動であることが 1.3 章で解析されていたので、単相において導いた算定図表をそのまま用いて異常電圧の大きさを算定する方法を与えた。

防止方法としては、2 段閉路法を検討して実用化した。1.3 章および

1.4 章の研究の結果として、3 相高圧診断用装置の最初の国産品を実現させて、好評を得ている。

1.5 章 単相および3相装置の開路時の過渡現象と異常電圧

一般の装置では、1 次側の接点を開いたときの異常電圧は、ケーブルで吸収されるので問題にならない。しかし、3 極 X 線管の電流遮断時には、インダクションキックによっていくらか大きな異常電圧を発生する可能性がある。この大きさも、理論的に解明されたので、位相調整法で防止することができた。この結果、3 極 X 線管を使った連続撮影装置が実用化されて、数ヶ所で採用されている。3 相装置で使用するときには、格子電圧を除々に負にする方法を考案して、実用化試験に成功した。

以上のように、第 1 篇においては、代表的な装置について理論と実験の一致をみたので、他の装置についても同様な方法で理論解析をおこなってよいと推定される。そこで、本研究は今後の設計資料を作成する基礎になると信ずる。

第 2 篇 高電圧波形が X 線写真におよぼす効果

本篇の目的は高電圧回路の波形と写真効果を結びつけることであるから、この中間に、放射 X 線の特性、被写体における透過特性、増感紙の発光特性、フィルムの感光特性が入る。2.1 章ではこれらの代表的な組合わせを選んで基礎データを求めた。つぎに、2.2 章では、従来は莫然と経験的に云われていた「良い写真」の基準を適確に与えて、これに基いて、3 相と単相装置の性能の比較をおこなった。2.3 章、2.4 章では、第 1 篇の研究成果の写真効果による裏付けをおこなった。以下で、各章の結論の要点をのべる

2.1 章 管電圧の脈動と透過 X 線量・蛍光量の関係

単相、3 相、定電圧波形について、人体等価物質である AL とアクリライトに関して線量と蛍光量の透過特性を測定して、写真効果を推定するのに便利のように図示して基礎データを与えた(2.1-15 図、16 図)、この研究の結果、つぎのことをあきらかにした。

- (1) 線量および蛍光量は脈動率の大きいほど少くなるが、少くなる程度は kVp が少く、被写体が厚いほど大きくなる。
- (2) 線量および蛍光量の厚さに対する沈弱（線質）は、80kVp 以上では波形によってもかわらないが、70kVp 以下では脈動率が大きいほど早く減弱する（線質が軟い）。
- (3) このような傾向は、X線スペクトルをあらわす Kulenkampf の実験式と物質の吸収係数によって理論的に説明されるが、実際の X線スペクトルでは陽極の自己吸収の影響で硬い線の成分がより多くなっていると考え、線量測定結果に近づく。
- (4) 増感紙蛍光量と X線量の比は、線質によってきまることが見出して、本実験に使用した増感紙の校正係数をあきらかにした。

2.2章 管電圧の脈動と写真効果

まず、照明工学で用いる最小覚認対比の概念を、X線写真に導入して、フィルムの最小覚認濃度差を実験的に求め、フィルムの感光特性を組合せて、生理的対照度と最適濃度を定量化した。その結果、従来から写真観察によって経験的に「濃度 10 附近でもっとも見やすい」と云われていたことの理由を見出すことができた。さらに、診断用写真では、被写体の厚さの範囲が広いことに気がついたので、この厚さ範囲全体において、最小の覚認しうる厚さの差が極小になるような濃度範囲があることを見出した。これは、従来から経験的に莫然と云われていた最適濃度範囲であるが、筆者はこれを導き出す方法を与えたわけであり、経験で割り出されていた値 0.3 ~ 1.7 を解明した。つぎに被写体が与えられたときに、検査の対象となる厚さ範囲がちょうど最適濃度範囲に入るような kVp と mAs を最適撮影条件と定義して、2.1 章の基礎データによって波形と撮影条件との関係を求めた。また、最適撮影条件における鮮鋭度も比較した。その結果、3 相装置は、「最適条件を得やすいこと」と「鮮鋭度がよいこと」の 2 点で、単相装置よりも写真効果がすぐれていることをあきらかにして、3 相高压装置を実用化したことの効果を、写真の見地から裏付けることができた。また、従来の低圧撮影において、3 相装置の方が単相装置よりもよい写真を撮りやすいと云われていたが、この理由をあきらかにすることができた。

2.3章 管電圧図表と写真効果

第1篇において改良した単相および3相装置の管電圧図表の写真効果を蛍光量測定によって検討した結果、つぎのことをあきらかにした。

従来の図表よりも新しい図表の方がkVpを正しく指示しているので写真効果の点でも有効である。ただし、つぎの個所では、対照度はほとんど変化しないが、mAが変れば蛍光量とmAsの比（濃度レベル）を補正せねばならない。

(1) 両装置において、管電圧が平滑化される範囲では、2.1章の基礎データによって、脈動率に対する補正を要する。

(2) 単相装置において、mA大きくkVpの低い範囲では、mA_pとmAの比が大きくなるので、蛍光量も増加する。

以上のことから、従来のkVpとmA平均値で線質・線量を表示する方法は不適當であり、kVp、管電圧脈動率、およびmAピークが重要であることがわかる。波形のひずみと奇生振動は、実用上は、写真に影響も与えないとみなしてよい。

2.4章 閉路時異常電圧の写真効果

閉路時異常電圧が発生するとkVpが高くなるので、線質が硬くなって線量が増加する。この程度は、同じkVpの単相整流形のとときと比較すれば少いが、写真効果を著しく変えることを実験で確めた。そこで、写真効果の点でも、異常電圧を防止せねばならないことが確認された。

本研究は、電氣的ならびに写真効果の面においてX線装置の性能を向上させたが、さらに、回路定数、高電圧回路における波形、および写真効果を一貫して結びつける方法を与えたので、自動撮影装置や最大情報量撮影法を開発するための基礎になるものであると信ずる。

謝

辞

本研究の遂行にあたって終始御懇篤なる御指導を賜った京都大学教授林重憲博士，大谷泰之博士，阪口忠雄博士に，深甚なる感謝を捧げる。

つぎに，本研究の実施と発表に関して種々の御便宜を与えられ，御激励を賜った島津製作所副社長上西亮二博士，常務取締役藤本慶治博士，取締役，放射線事業部長中堀孝志博士，中央研究部佐野博也主任に深甚の謝意を表わす。

最後に，本研究に関して有益な御助言と御討論を頂いた京都大学助教授若林二郎博士，島津製作所中央研究部主任木村幾生博士，同社岡西節夫係長，田中義宗技師に深厚なる謝意を表する次第である。

文

献

- (1) X線管協議会発行, X線管の研究, 1号(1947~50), 2号(1951~52)
3号(1953~54)
- (2) 尾関: 日本医学放射線学会雑誌, 13, 429(1953)
- (3) 野崎: 富士X-ray研究, 5, №2(1953)
- (4) 渋谷: 日本医学放射線学会雑誌, 9, 123(1953)
- (5) 野辺地: 日本医学放射線学会雑誌, 15, 539(1955)
- (6) たとえば, 三島: X線管の研究, 2号, 85(1952)
- (7) たとえば, 佐野, 瀬和居: 島津評論, 11, 118(1955)
- (8) H.Kulenkampff: Ann.d.Phys., 69, 548(1922)
- (9) M.Ehrlich: Jour.of Research of N.B.S., 54, 107(1955)
- (10) S.Hayashi: Periodically Interrupted Electric
Circuits, Denki Shoin(1961)
- (11) 岡西: 金森: 昭33電学関西支部連大 155
- (12) 金森: 島津評論, 16, 49(1959)
- (13) 金森, 高尾: 昭37電学関西支部連大 7-9
- (14) 金森: 昭36電学関西支部連大11-3, 昭37電学関西支部連大,
7-12
- (15) 岡西, 金森, 吉村: 昭34電学関西支部連大 156
- (16) 岡西, 金森: 7回応物関係連大31a-VII-6(1960)
- (17) 金森: 島津評論, 17, 357(1960)
- (18) 金森, 高尾: 昭36電学連大 1004
- (19) 金森: 昭34電学関西支部連大 155, 昭35電学連大 1022
- (20) 金森: 島津評論, 16, 173(1959)
- (21) 金森: 島津評論, 18, 39(1961)
- (22) 金森: 86回日本医学放射線学会関西部会, 1(1962)
- (23) 岡西, 金森: 9回応物関係連大 1a-Ⅱ-1(1962)
- (24) 金森: 昭37電学連大 469
- (25) 金森, 高尾: 昭38電学連大 743

- (26) 佐野, 岡西, 則包: 島津評論, 18, 11(1961)
- (27) P.Moon, D.E.Spencer: Lighting Design, Chapter 8,
Addison-Wesley Press(1948)
- (28) 金森: 95回日本医学放射線学会関西支部会1, 96回同1(1963),
6回同上学会物理部会(1963)
- (29) 金森: 物理学会昭35秋期分科会, 26P-D-4,
8回応物関係連大, 31P-V-7(1961)
- (30) 岡西, 金森: 昭36電学連大 1005
- (31) 内田: 日本放射線技術学会誌, 5, 77(1959)
- (32) 金森: 日本医学放射線学会雑誌, 22, 990(1962)
- (33) 福田: 日本レントゲン学会誌, 8, 1(1930), 島津レントゲン時報
5, 18(1930)
- (34) 中堀, 佐野: 島津評論, 6, 216(1950)
- (35) H.Chantraine: Fortschritt auf der Gebiet der
Röntgen strahlen, 53, 585(1936)
- (36) W.Daumann: 同上, 56, 336(1937)
- (37) 中堀: 島津評論, 4, 47(1942)
- (38) (10)と同じ, P.396
- (39) 中堀: 島津評論, 4, 18 (1943)
- (40) 三島, 吉田: X線管の研究, 3号, 66-72(1953)
- (41) たとえば, 滝内, 加藤: 診療用X線装置取扱の実際, 74, オーム社,
(1959)
- (42) 同上P.91
- (43) 実用新案-561266
- (44) 実用新案-551717
- (45) 実用新案公告38-904
- (46) 実用新案出願中, 願書番号37-7491
- (47) 原, 山根, 住広: 文部省科学研究費X線機能検査班研究協議会資料
㏪33-3-27(1958),
玉木: 同上㏪34-1-3(1959)

- (48) 実用新案－571678
- (49) 実用新案－551716, 実用新案－561267
- (50) 実用新案出願中, 願書番号37-32441
- (51) 浜川, 蔵岡, 中堀, 田中: 日本放射線技術学会誌, 15, 205(1960)
- (52) 青柳, 他: 19回日本放射線技術学会総会 107(1963)
- (53) W.Francis, L.Stafford, L.Warren: American Jour.of
Roentgenology, 21, 229(1929)
- (54) W.F.Chamberlain, R.R.Newell: American Jour.of
Roentgenology, 12, 509(1924)
- (55) 関戸, 中堀, 島津レントゲン時報, №61, 1(1941)
- (56) 関戸, 西郷: 島津レントゲン時報, №62, 13(1941)
- (57) C.T.Ulrey: Phys.Rev., 6, 407(1918)
- (58) H.A.Kramers: Phil.Mag., 46, 836(1923)
- (59) C.E.Eddy: British Jour.of Radiology, 5, 892(1932)
- (60) W.A.Jennings: British Jour.of Radiology, 26, 193(1953)
- (61) J.G.Farrer: British Jour.of Radiology, 32, 368(1927)
- (62) J.H.Hartmann: Fortschritt auf der Gebiet der
Röntgenstrahlen, 43, 758(1931)
- (63) F.E.Swindells: J.O.S.A., 23, 157(1933)
- (64) R.H.Morgan, W.W.Van Allen, Radiology, 52, 832(1949)
- (65) 西川: 島津評論, 7, 10(1950)
- (66) 大谷, 滝沢: 日本医学放射線学会雑誌, 16, 352(1956)
- (67) 中村: 日本放射線技術学会誌 17, 209(1962)
- (68) A.Nemat, W.F.Cox, T.H.Hills: British Jour.of Radiology
26, 185(1953)
- (69) 江藤, 他: 日本医学放射線学会雑誌, 3, 125(1942), 3, 136(1942)
5, 28(1944), 5, 260(1944), 6, 5(1946), 7, 1号, 19(1948),
7, 2号, 1(1948)
- (70) R.R.Newell, R.Gerneau: Radiology, 56, 409(1951)
- (71) H.E.Seemann, H.R.Splettstosser: Radiology 64, 572(1955)
- (72) A.Schaal: Fortschritt auf der Gebiet der

- Röntgenstrahlen, 93, 119 (1961)
- (73) 小柳：日本医学放射線学会雑誌，18, 1548 (1959)
 - (74) 小柳：日本医学放射線学会雑誌，19, 1191 (1959)
 - (75) 江藤，他：日本医学放射線学会雑誌，8, 5 (1948), 8, 9 (1948),
9, 4 (1949)
 - (76) 藤本，桜林：日本医学放射線学会雑誌，5, 226 (1944)
 - (77) R.E.Strum, R.H.Morgan: American Jour. of
Roentgenology, 62, 618 (1949)
 - (78) R.Röhler: Fortschritt auf der Gebiet der
Röntgenstrahlen, 83, 376 (1957)
 - (79) 熊谷：日本放射線技術学会雑誌，14, 11 (1958)
 - (80) 田坂：X線技術の理論と実際，28, 医学書院 (1954)
 - (81) 高橋：X線撮影と検査の手びき，6, 南山堂 (1961)
 - (82) 静岡県X線技師会学術部：日本X線技師会雑誌112号，16 (1963)
 - (83) 渡理，他：日本放射線技術学会雑誌，14, 206, (1959)
 - (84) 斎藤：日本放射線技術学会誌，18, 77 (1962)
 - (85) D.Trout, J.P.Kelley, A.C.Lucas: American
Jour. of Roentgenology, 84, 729 (1960)
 - (86) 松田：日本放射線技術学会誌，18, 130 (1962)
 - (87) たとえば，田坂：肺結核のX線技術の理論と実際，24, 医学書院
(1954)
 - (88) W.Foote, H.W.Koch: Review of Scientific
Instruments, 25, 746 (1954)
 - (89) D.V.Cormack, et al: British Jour. of Radiology,
28, 605 (1955)
 - (90) P.K.S.Wang, et al: British Jour of Radiology,
30, 70 (1957)
 - (91) G.Hettinger, N.Starfelt: Acta Radiologica, 50, 381 (1958)
 - (92) 竹井：日本医学放射線学会雑誌 19, 1266 (1959)
 - (93) たとえば，木村健二郎：放射線データブック，地人書館 (1958) の数

表より算出

- (94) 森川, 木村, 他: 日本放射線技術学会雑誌, 14, 193 (1958)
- (95) G.Wentzel: Zeit.f.Phys., 27, 257 (1924)
- (96) たとえば, E.Jahnke, F.Emde: Funktionstafeln, 78,
B.G.Teubner in Leipzig u. Berlin (1933)
- (97) W. J.Gonnagle: Non Destructive Testing, 133,
Mc Graw-Hill (1961)
- (98) Robert C.McMaster: Non Destructive Testing
Handbook, Vol.1, 20-35, Ronald Press (1959)
- (99) Ⅶの P.129
- (100) Ⅷの P.52
- (101) R.R.Newell: Radiology, 30, 493 (1938)
- (102) A.Bouers: Acta Radiologica, 12, 175 (1931)
- (103) 田部: 島津評論, 15, 179 (1958)
- (104) 金森: 日本医学放射線学会雑誌, 23, 255 および 565 (1963)
- (105) 金森: 日本医学放射線学会雑誌, 23, 646 (1963)
- (106) 金森: 物理学会昭38秋の分科会, 13 a L2
- (107) 金森: 昭38電学関西支部連大 11-7
- (108) 岡西, 金森: 同上 11-6